

---

Université d'Evry Val d'Essonne

Mémoire Présenté en vue d'obtenir le diplôme d'Habilitation à  
Diriger des Recherches \*

Présentée par : Lotfi BEJI

Spécialité : Robotique

## Autonomies des Déplacements des Véhicules Terrestres et Autonomie de Navigation des Engins Volants et Agents en Formation

08 Juin 2009

Composition du Jury:

Directrice : Madeleine Pascal, Pr. Emérite Université d'Evry Val d'Essonne

Rapporteurs : Pierre Rouchon, Pr. Mines Paris Tech

Krzysztof Kozłowski, Pr. Poznan University of Technology

Frédéric Boyer, Pr. Ecole de Mines de Nantes

Examineurs : Claude Vallée, Pr. Emérite Université de Poitiers

Azgal Abichou, Pr. Ecole Polytechnique de Tunisie

Jean Lerbet, Pr. Université d'Evry Val d'Essonne

---

\* Habilitation préparée au laboratoire *Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes*, IBISC, FRE CNRS 3190

A la mémoire de mon Père  
A ma famille

## REMERCIEMENTS

Mes grands remerciements au Professeur Emérite Madeleine Pascal pour m'avoir suggéré de présenter cette habilitation, pour ses nombreux conseils avisés... Je voudrais plus particulièrement vous remercier, Mme Pascal, pour votre disponibilité et votre simplicité.

Je voudrais exprimer ma gratitude et mes sincères remerciements à : Messieurs P. Rouchon, Professeur à Mines Paris Tech, K. Kozlowski, Professeur à Poznan University of Technology, F. Boyer, Professeur à l'Ecole de Mines de Nantes qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de ce mémoire.

C'est aussi un grand plaisir pour moi d'avoir parmi les membres du jury Claude Vallée, Professeur Emérite à l'Université de Poitiers et Jean Lerbet, Professeur à l'Université d'Evry Val d'Essonne.

Ma joie sur l'achèvement de ce mémoire ne peut être complète sans reconnaître l'efficacité de Azgal Abichou, Professeur à l'Ecole Polytechnique de Tunisie. Notre collaboration est justifiée par nos publications, nos encadrements et l'organisation de manifestations scientifiques. Merci Azgal pour ta présence aujourd'hui.

Merci également au Professeur Hichem Maaref pour la collaboration et pour sa disponibilité pour relire ce rapport.

Je tiens à remercier la direction de l'UFR Science et Technologie et la direction du laboratoire IBISC pour tous.

Je souhaiterais vivement remercier l'ensemble de l'équipe VASCO et TADIB, sans oublier mes étudiants en thèse.

Enfin, c'est à ma famille que j'adresse mes remerciements les plus tendres.



---

## Avant-Propos

Ces travaux sont le fruit de treize années de recherche aux laboratoires suivants: **CEMIF**; *Centre d'Etude en Mécanique d'Ile de France*, **LSC**; *Laboratoire des Systèmes Complexes* et **IBISC**; *laboratoire d'Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes*, dont trois années ont été consacrées à ma thèse de doctorat. Dans sa globalité, mon travail traite la modélisation mécanique, l'identification paramétrique et le contrôle commande de plusieurs type de systèmes autonomes: robots manipulateurs (séries et parallèles), robots mobiles (unicycle, véhicule), robots aériens (drone, dirigeable) ainsi que la coopération intelligente entre un ou plusieurs robot(s) aérien(s) et un ou plusieurs robot(s) terrestre(s).

J'ai suivi une directive en thèse au CEMIF et après mon recrutement en septembre 1998, j'ai intégré le groupe traitant les robots mobiles au LSC. Au sein d'IBISC, j'ai proposé mes propres lignes de recherche pour des problèmes beaucoup plus complexes (véhicules aériens et multi-véhicules en formation).

La pluridisciplinarité de ma formation a rendu mes activités de recherche partagées à la fois entre la mécanique, paramétrisation du système et modélisation dynamique et l'automatique: identification, stabilisation en un point et poursuite de trajectoire. Les applications de ces deux disciplines ont été appliquées à des systèmes multi-corps complètement actionnés (nombre de degrés de liberté du système égal au nombre d'actionneurs) et sous actionnés (nombre de degrés de liberté du système supérieur au nombre d'actionneurs). J'ai pu constater que ces deux disciplines ne peuvent pas être dissociées. Néanmoins, pour analyser certains phénomènes, tel que le comportement d'un système en boucle ouverte et/ou en boucle fermée, l'outil informatique (programmation) est utile. Les résultats de simulation ne peuvent en aucun cas refléter la réalité. Alors que

ces derniers peuvent aider à revoir la conception du système et se rendre compte des difficultés lors des essais réels. Le manque de moyens financiers s'oppose à chaque étape à la réalisation pratique. Cependant, en terme d'analyse en simulation, des efforts seront introduits tout au long de ce rapport afin de justifier nos résultats.

Université d'Evry Val d'Essonne,  
Juin, 2009

*Lotfi BEJI*  
*Laboratoire IBISC FRE-CNRS-3190*

---

## Table des matières

|          |                           |          |
|----------|---------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b> ..... | <b>1</b> |
|----------|---------------------------|----------|

---

### Partie I Présentation du candidat - dossier personnel

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>2</b> | <b>Curriculum Vitæ Étendu</b> .....                           | <b>11</b> |
| 2.1      | État civil et coordonnées.....                                | 12        |
| 2.2      | Cursus professionnel.....                                     | 12        |
| 2.3      | Activités d'Enseignement.....                                 | 13        |
| 2.3.1    | Détails sur le contenu de cours.....                          | 14        |
| 2.3.2    | Projets proposés et encadrés.....                             | 17        |
| 2.4      | Encadrement de la recherche.....                              | 18        |
| 2.4.1    | Etudiants en DEA.....   | 18        |
| 2.4.2    | Thèses soutenues et Thèses en cours.....                      | 19        |
| 2.5      | Principales responsabilités électives et administratives..... | 22        |
| 2.6      | Thèmes de recherche développés.....                           | 22        |
| 2.6.1    | Résultats obtenus ou attendus.....                            | 24        |
| 2.7      | Séjours de recherche à l'étranger.....                        | 26        |
| 2.8      | Activités Internationales.....                                | 27        |
| 2.8.1    | Activité d'évaluation scientifique.....                       | 28        |
| 2.9      | Communications scientifiques.....                             | 28        |
|          | <b>Références</b> .....                                       | <b>31</b> |

---

### Partie II Autonomie des Déplacements d'un Véhicule Terrestre

---

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>3</b> | <b>Véhicules terrestres auto-guidés: Motivation de l'étude</b> ..... | <b>37</b> |
| 3.1      | Introduction.....  | 37        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.2      | Autonomie d'un véhicule: motivation .....                                     | 38        |
| 3.3      | Fondements scientifiques .....  | 38        |
| 3.4      | Conclusion .....  | 40        |
| <b>4</b> | <b>Stabilisation et poursuite de trajectoire d'un VTA .....</b>               | <b>43</b> |
| 4.1      | Introduction .....  | 43        |
| 4.2      | Planification de trajectoire et commande adaptative d'un VTA ..               | 43        |
| 4.2.1    | Génération de mouvement .....   | 48        |
| 4.2.2    | Une commande adaptative pour l'estimation des<br>paramètres du véhicule ..... | 51        |
| 4.2.3    | Résultats de simulation .....   | 54        |
| 4.2.4    | Analyses et commentaires .....  | 55        |
| 4.3      | Stabilisation longitudinale et de direction d'un VTA .....                    | 59        |
| 4.3.1    | Nature du problème .....  | 60        |
| 4.3.2    | Stabilisation par une commande instationnaire périodique .                    | 61        |
| 4.3.3    | Stabilisation d'un VTA : Résultats de simulation .....                        | 62        |
| 4.4      | Etude de stabilité pour le suivi d'une trajectoire .....                      | 62        |
| 4.4.1    | Résultats sur une route de type clothoïde .....                               | 66        |
| 4.5      | conclusion .....  | 66        |

---

### Partie III Autonomie de Navigation des Véhicules Aériens

---

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>5</b> | <b>Véhicules aériens autonomes .....</b>                                   | <b>71</b> |
| 5.1      | Introduction .....   | 71        |
| 5.2      | Motivation de l'étude et résultats .....                                   | 72        |
| 5.3      | Conclusion .....   | 75        |
| <b>6</b> | <b>Autonomie de Navigation d'un dirigeable .....</b>                       | <b>77</b> |
| 6.1      | Introduction .....   | 77        |
| 6.1.1    | Modèle retenu pour l'identification et la commande .....                   | 79        |
| 6.1.2    | Commande instationnaire et stabilisation .....                             | 83        |
| 6.2      | Trajectoires équilibrantes pour le décollage et l'atterrissage .....       | 87        |
| 6.3      | Dynamique découplée : commande de navigation dans les trois<br>plans ..... | 95        |
| 6.4      | Conclusion .....   | 106       |

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| <b>7</b> | <b>Autonomie de navigation d'un drone à quatre rotors : cas conventionnel et bidirectionnel</b> ..... | 107 |
| 7.1      | Introduction .....  | 107 |
| 7.2      | Conception retenue et ses particularités .....  | 109 |
| 7.2.1    | Dynamique dans un repère inertiel .....   | 110 |
| 7.3      | Platitude du modèle de l'X4 .....   | 112 |
| 7.4      | Réussite de la stabilisation en un point .....  | 113 |
| 7.5      | Poursuite de trajectoire du type point-point .....  | 115 |
| 7.6      | Conditions de simulation-résultats et commentaires .....  | 117 |
| 7.7      | Navigation à travers la variation de la structure de la commande .....                                | 120 |
| 7.8      | Navigation intégrant la planification du lacet .....  | 124 |
| 7.9      | Structure d'une commande floue .....  | 128 |
| 7.10     | Résultats et commentaires .....   | 130 |
| 7.11     | Conclusion .....  | 131 |

---

#### Partie IV Autonomie de Navigation des Agents en Formation

---

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| <b>8</b> | <b>Robots en formation: motivation</b> .....                  | 135 |
| 8.1      | Introduction .....  | 135 |
| 8.2      | CIRTA: motivation .....                                       | 136 |
| <b>9</b> | <b>Stabilisation/Régulation des Agents en formation</b> ..... | 139 |
| 9.1      | Introduction .....  | 139 |
| 9.2      | Description du problème .....                                 | 140 |
| 9.3      | Commande stabilisante et régulatrice .....                    | 142 |
| 9.4      | Stabilisation/régulation d'un agent .....                     | 143 |
| 9.4.1    | Localisation d'un obstacle .....                              | 143 |
| 9.4.2    | Évitement d'un obstacle .....                                 | 143 |
| 9.5      | Stabilisation/régulation d'une formation multi-agents .....   | 148 |
| 9.5.1    | Stratégie de déplacement communicante .....                   | 151 |
| 9.6      | Résultats de simulation .....                                 | 154 |
| 9.7      | Conclusion .....  | 155 |

---

#### Partie V Conclusion générale

---

|           |  |     |
|-----------|--|-----|
| <b>10</b> | <b>Conclusions et Perspectives</b> ..... | 161 |
|-----------|--|-----|

|   |     |
|---|-----|
| <b>Références</b> .....                                 | 165 |
| <b>Voiture terrestre auto-guidée</b> .....              | 173 |
| A.1 Stabilisation: condition de Brockett .....          | 173 |
| A.2 Preuve du théorème 4.2 .....                        | 173 |
| <b>Commande d'un dirigeable: quelques preuves</b> ..... | 175 |
| B.1 Démonstration de la proposition 2 .....             | 175 |
| B.2 Démonstration de la proposition 3 .....             | 175 |
| B.3 Etude de la Platitude dans le plan (XGZ) .....      | 179 |
| B.4 Démonstration de la Proposition 5 .....             | 185 |
| <b>Formation terrestre</b> .....                        | 189 |
| C.1 Forme de la matrice de désaccord .....              | 189 |
| C.2 Principe de LaSalle .....                           | 190 |
| C.3 Preuve du théorème 9 .....                          | 190 |
| C.4 Preuve de la proposition 7 .....                    | 191 |
| C.5 Preuve du lemme 7 .....                             | 192 |
| <b>Index</b> .....                                      | 195 |

## Introduction

Je suis maître de conférences à l'Université d'Evry Val-d'Essonne depuis septembre 1998. Ce mémoire est à la fois un « bilan » et un « compte rendu » de dix années d'une activité associant la recherche et l'enseignement depuis ma nomination avec le souci constant de maintenir le « pont » qui les unit.

Ma familiarisation avec les robots manipulateurs a débuté à l'Ecole Centrale de Nantes, Laboratoire automatique et Informatique (actuellement l'Ircyn) par la comparaison de la dynamique lagrangienne et newtonienne avec une application à des robots à corps arborescents et chaînes fermées. Il s'agissait de développer un algorithme sous SYMORO+ [19] qui calcule les paramètres minimaux qui affectent le comportement dynamique d'un système poly-articulé. L'objectif était de réduire le temps de calcul pour une application en temps réel et d'identifier les paramètres qui affectent la dynamique d'un robot.

Durant ma thèse, effectuée au Laboratoire des Systèmes Complexes de l'Université d'Evry Val d'Essonne, mes travaux de recherche ont porté sur la modélisation, l'identification et la commande d'un robot parallèle à six axes. Par comparaison à la plate-forme de Stewart à six degrés de liberté et six bras, le système que j'ai étudié est à six degrés de liberté et à trois bras. Chaque bras est constitué d'une articulation commandée (prismatique) et d'une articulation non commandée (rotoïde). Les trois bras sont reliés à une plate-forme mobile portant l'organe terminal. Ce robot parallèle, appelé SPACE, est dédié à des opérations nécessitant une grande précision de type insertion ou chirurgicale. En d'autres termes, il s'agissait de modéliser le robot et d'identifier les paramètres dynamiques minimaux pour la commande. Plusieurs lois de commande non linéaires ont été proposées tenant compte à la fois des états non observables et de la dynamique interne des actionneurs [18]. Nos résultats sont

valorisés par l'originalité de l'architecture proposée ainsi que par la prise en compte de la complexités du modèle dans la commande.

A ce stade, les études menées m'ont permis de me rendre compte de l'importance d'un système automatisé dans l'industrie, de me familiariser avec les systèmes complexes de type robots manipulateurs (séries et parallèles) présentant des boucles. De même, j'ai pu constater l'importance de la boucle dans une telle architecture (précision améliorée) et des difficultés qui apparaissent à la fois dans la modélisation et dans la conception d'une telle commande.

Ayant pris ma fonction à l'Université d'Evry, au sein du LSC, j'ai joint l'équipe travaillant sur les véhicules terrestres, particulièrement les voitures. L'importance de la voiture dans la vie quotidienne a fait de cet engin l'un des centres d'intérêts majeurs des scientifiques et cela pour des raisons aussi bien pratiques que théoriques. Le comportement du véhicule se traduit par un modèle sous-actionné non linéaire fait que l'étude du problème de la commande soit l'un des sujets forts. L'assistance actuelle à la conduite qui équipe certains voitures ne rend pas ce dernier entièrement autonome. Je cite à titre d'exemple, le système d'anti-blocage ABS et le correcteur électronique de trajectoire ESP, qui aident le conducteur à maîtriser les fausses manoeuvres. Considérons le véhicule à faible vitesse, l'objectif de mes travaux est de rendre un véhicule autonome ou semi-autonome afin de fluidifier la circulation en cas d'embouteillage et où le conducteur est considéré comme un simple passager de la voiture. De même, je me suis intéressé au problème de stabilisation lors d'une position d'équilibre. Ce dernier a posé une grande difficulté à laquelle j'apporte une solution.

Rappelons que par rapport à un robot mobile terrestre présentant trois degrés de liberté, un *Véhicule Terrestre Auto-guidé* (VTA) est conçu pour avancer selon les trois directions en intégrant selon l'étude, les trois orientations (roulis, tangage et lacet). La complexité du modèle dépendra du nombre de degrés de liberté autorisé. A ceci, se rajoutera la prise en compte de forces aérodynamiques et les effets de glissement, engendrés par les roues avants. L'étude que j'ai menée était en collaboration avec Y. Bestaoui qui se résume aux étapes suivantes:

- Modélisation d'un véhicule terrestre en tenant compte d'une motricité à l'arrière, d'un angle de braquage motorisé (moteur à courant continu) et d'un angle de glissement identique de deux roues à l'avant qui n'est pas contrôlé directement. Cette dynamique intègre les effets aérodynamiques latéraux et frontaux.

Une analyse complète des modèles existants dans la littérature est effectuée et un modèle a été retenu pour la commande.

- Génération de trajectoire en intégrant la cinématique et la dynamique du véhicule et en tenant compte à la fois des contraintes mécaniques (limitation sur la vitesse et l'accélération) et électriques (saturation du courant) [26].
- Proposition d'un algorithme de commande permettant à la fois la stabilité et l'identification des paramètres du véhicule sur plusieurs type de routes (droite, arc de cercle, clothoïde, etc.): commande adaptative [26].
- Elaboration d'une commande instationnaire surmontant aux difficultés souvent rencontrées quand on s'attaque au problème de la stabilisation; c'est la non stabilisation par un retour d'état continu dépendant uniquement de l'état (conditions de Brockett) [23].
- Proposition d'une commande de poursuite non linéaire intégrant les effets de glissement et en tenant compte des paramètres identifiés et du complexité du modèle [35].

Sans perdre la continuité de nos investigations sur ce type de véhicule terrestre, l'équipe travaillant sur le VTA a changé de cap. Ainsi, nous intégrons l'axe de recherche sur les *Véhicules Aériens Autonomes* (VAA). Le projet sur le VAA a été étendu à celui de l'*XSF*, admis par le concours de la DGA-ONERA. J'ai joint le sous-groupe travaillant sur la partie modélisation et commande d'un VAA type 'drone' de la nouvelle équipe, appelée VASCO.

Revenons au cas du dirigeable AS200, procuré par le laboratoire LSC. Le travail a commencé par mon invitation du Prof. A. Abichou au LSC dans le cadre du programme 'Professeur Invité' pour une durée d'un mois. L'analyse du modèle de l'AS200 et les caractéristiques physiques de ce dernier nous ont permis de dégager que cet engin est sous actionné et ne peut être stabilisé par une commande continue dépendant uniquement de l'état. Pendant la durée du séjours de Prof. A.Abichou, les résultats qui ont pu être achevés avec Y.Bestaoui sont les suivants:

- Prise en compte des contraintes cinématiques dans le modèle dynamique et mise en état du modèle pour la commande.
- Stabilisation des positions et des orientations du modèle retenu du dirigeable par une commande instationnaire [24].
- Caractérisation de trajectoires équilibrantes du dirigeable.
- Proposition d'une commande non linéaire assurant la poursuite de la trajec-

toire équilibrante pour le décollage et l'atterrissage de l'engin [25].

- Mise en place d'un sujet de thèse de S.Samaali '*Commande de navigation D'un dirigeable autonome sous-actionné dans les trois plans: longitudinal, horizontal et latéral*' en cotutelle avec le Pr. M. Pascal (UEVE) et Pr. A.Abichou (EPT). La partie encadrement coté LSC a été assurée en grande partie par moi même. Les résultats de cette thèse se résument par les points suivants:

- Découplément du modèle du dirigeable selon les trois plans: longitudinal, horizontal et latéral.
- Etude de la controllabilité de l'engin dans chaque plan et détermination des propriétés de la commande appropriées [33].
- Proposition d'une loi de commande assurant la stabilisation et la poursuite du dirigeable dans chaque plan en tenant compte des éventuelles perturbations liées à la dynamique dans les deux autres plans [77].

Dans le cadre du projet XSF, j'ai collaboré avec N.Azouz, ainsi qu'avec le LIM (EPT) comme partenaire externe à ce projet. J'ai pu bénéficier dans le cadre de ce projet d'une délégation CNRS de six mois (février 2007) au sein du laboratoire LIM. Je détaille par la suite mes résultats sur ce projet.

Mon travail a débuté par la Modélisation de l'X4 classique et où les déplacements sont assurés par l'inclinaison de l'appareil (roulis-tangage). Le modèle établi, dans les coordonnées cartésiennes, m'a permis d'étudier et simuler le comportement de l'engin en boucle ouverte. Ayant comme partenaire sur ce projet XSF, l'Ecole Polytechnique de Tunisie avec Prof. A. Abichou et sous la tutelle de Y. Bestaoui, on a proposé un sujet de thèse en cotutelle "*Contribution à la planification et à la commande d'un drone hélicoptère à quatre rotors*", qui a été achevé par R. Slim en Juin 2007. Tout au long de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux problèmes suivants:

- Etude de deux types de drones : un quadri-rotors classique (dénommé X4) et un quadri-rotors bidirectionnel (dénommé XSF).
- Revue de la modélisation de l'X4 et de l'XSF en présence de forces aérodynamiques dans les deux repères global et local.
- Génération des trajectoires de référence de différents types (raccordement avec ou sans points d'arrêt), avec enchaînement de différents types de courbes. L'originalité de la génération de trajectoires proposées consiste en la détermination des postures nécessaires imposées par les trajectoires d'équilibre et par

les manoeuvres de premier et second ordres pour faire le lien entre deux points donnés. Par ailleurs, il s'agit de préciser les postures lors du raccordement de deux types de trajectoires afin d'effectuer le lien entre deux points en passant par un troisième (point de passage et de raccordement) sans arrêt et avec différentes vitesses.

- Elaboration d'une commande non linéaire assurant la stabilité de l'engin tout au long des trajectoires de référence pré-définies. En exprimant le modèle dynamique du drone classique X4 dans le repère image, on a généré un algorithme de commande basé sur cette même notion de platitude contrôlant le mobile via ses coordonnées image. Cette commande assure également le suivi d'une trajectoire consigne calculée dans le plan image.

L'absence totale du modèle ou d'un modèle précis du système rend, dans certains cas de figure, difficile l'application d'une commande basée sur le modèle. Une commande basée sur les techniques de la logique floue, constitue dans ce cas une alternative intéressante. Dans cet optique, ma discussion avec Prof. H. Maaref (IBISC) nous a conduit à proposer un sujet de thèse dont l'intitulé est "*Commande d'un système sous-actionné: application à un drone à quatre hélices*". Cette thèse a été développée par K. Zemalache et soutenue en décembre 2007. Je résume par la suite les résultats obtenus avec K. Zemalache et le Pr. H. Maaref.

- Etude du modèle dynamique du drone XSF bidirectionnel dont les deux supports de deux rotors sont orientables.
- Proposition d'une commande type *backstepping* et d'un algorithme de control point-par-point pour la stabilisation et la poursuite de trajectoire de l'XSF. La robustesse de la commande a été testée en présence de perturbations extérieures (rafale de vent) et de défaillance d'un actionneur.
- Interprétation du comportement dynamique du système par un ensemble de règles linguistiques et proposition d'une alternative SIF (Systèmes d'Inférence Floue) s'affranchissant du modèle.
- Adaptation en ligne du contrôleur floue optimisé suite à une étude basée sur la descente du gradient (SIFO).
- Comparaison entre les différentes commandes analytiques obtenues et les techniques floues et étude de la robustesse.

Mes résultats sur les VTA et VAA ont été concrétisés par la proposition du projet **CIRTA** (Coopération Intelligente entre Robot Terrestre et Aérien). CIRTA est l'oeuvre d'une collaboration active avec deux laboratoires internationaux qui s'intéressent à une partie du problème liée à la commande des systèmes complexes. Je souligne par conséquent, la collaboration avec l'*Institut of Control and Systems Engineering* de l'Université Technologique de Poznan (ICSE, Prof. K.Kozlowski) et le *Laboratoire d'Ingénierie Mathématiques* de l'Ecole Polytechnique de Tunisie (LIM, Prof. A.Abichou). Rappelons à présent les objectifs du projet CIRTA: Il s'agit d'étudier et réaliser une coopération intelligente, sur la base d'un schéma directeur pour une mission donnée, entre un ensemble de véhicules autonomes : terrestres et aériens (dirigeable, drones, hélicoptère, robots terrestres). La modélisation et la simulation sont utiles pour analyser le comportement d'entités mobiles évoluant en formation pour une mission conjointe. Cet ensemble de robots se décompose en deux groupes aériens et terrestres. Un modèle mathématique fiable basé sur les états observables de l'entité seul ou de l'ensemble d'entités en formation est à définir. L'intégration de données capteurs et la prise en compte de la dynamique de l'environnement est aussi à étudier. La nécessité de planifier la trajectoire de la formation à partir du modèle construit est à envisager. Les applications sont multiples dans des domaines aussi bien civiles que militaires autour de : la protection de l'environnement, collecte de données, surveillance, etc.

Ma fonction d'enseignant m'a également amené à assumer différentes responsabilités au sein de l'université et l'UFRST. J'ai été responsable d'une licence pendant deux ans et responsable de quelques modules d'enseignements. De même, je fais actuellement membre du commission des spécialistes en 60ème section. J'étais aussi membre de la commission des spécialistes en 61ème section de l'Université Paris 12, Créteil.

Ce mémoire est divisé en **cinque grande parties**.

**Partie I.** La première partie est une synthèse de mes activités de recherche. Elle présente le résumé de mes principales contributions dans les axes véhicules terrestres auto-guidés et véhicules aériens autonomes. Je présente aussi mes activités d'animation autour du projet CIRTA, les coopérations scientifiques, les encadrements ainsi ce que les *rayonnement*. Cette partie intègre la liste des publications; celles parues, définitivement acceptées et soumises. Les activités

pédagogiques qui détaille les responsabilités que j'ai pu assurer ainsi qu'une description détaillée des enseignements que j'ai monté et effectué au sein de mon université de rattachement. Les objectifs et le contenu des cours y sont fournis.

Le quatre parties restantes peuvent être lues d'une manière indépendamment. Elles développent l'aspect recherche de mon activité. Chaque partie est entamée par une étude générale motivante qui introduit et situe l'axe de recherche en question. Cette dernière réalisera le pont entre les axes développés.

**Partie II.** La deuxième partie est divisée en **deux chapitres**. Le premier développe les fondements scientifiques de cette étude et le second est une synthèse de résultats obtenus dans la modélisation, l'identification et la commande d'un VTA, notamment dans la planification de trajectoire de référence sous contraintes, une identification des paramètres du véhicule à travers une commande adaptative. Les paramètres identifiés ont servi dans le développement des deux algorithmes de commande; la stabilisation de l'équilibre et la poursuite de la trajectoire tenant compte des limites physiques d'un VTA. Les commandes obtenues tiennent compte de cas extrêmes d'une conduite sous glissement des roues avants.

**Partie III.** Notre contribution à l'étude de Véhicules Aériens Autonomes (VAA) a fait l'objet de la 3ème partie. Cette dernière est subdivisée en **trois chapitres**. Le premier introduit l'intérêt de cet axe dans le groupe avec une situation de l'objectif dans le contexte international et les résultats attendus. A l'issue de cette analyse, dans le chapitre suivant on entame une étude sur le dirigeable; un modèle retenu pour l'identification et la commande, une commande instationnaire pour la stabilisation, une identification des trajectoires équilibrantes pour la montée et la descente et afin de réduire la complexité du modèle, on achève ce chapitre par une distribution de la dynamique de navigation selon les trois plans avec les commandes appropriées. Le 3ème chapitre est une contribution à l'autonomie d'un drone à quatre rotors: cas conventionnel et bidirectionnel. Nous détaillons la conception retenue et ses particularités, la dynamique dans le repère inertiel et sa stabilisation/poursuite par platitude. Nous mettons en exergue l' $XSF$  et ses particularités avec la proposition d'une navigation à travers une commande à structure variable, une navigation par la planification du lacet et une commande floue qui s'affranchie du modèle.

**Partie IV.** Cette partie fait le lien entre la partie III et la partie II. C'est une contribution à l'autonomie de déplacement d'une formation terrestre et/ou aérienne. D'où la motivation du projet CIRTA. Un premier chapitre motive notre étude sur les robots en formation. On a entamé le projet par une démarche sur la régulation d'une formation à base de multi-robots mobiles. On propose une commande stabilisante et régulatrice; il s'agit de la stabilisation/régulation d'un agent, la localisation d'un obstacle dans l'environnement, la manière dont un agent évite un obstacle et la généralisation à la stabilisation/régulation d'une formation multi-agents. Des résultats en simulation illustrent l'intérêt des algorithmes proposés.

**Partie V.** La cinquième partie est une conclusion générale portant sur l'ensemble de mes activités de recherche et leurs perspectives.

Nous achevons ce rapport par une liste de références bibliographiques sur les thèmes de recherche abordés dans ce mémoire.

**Présentation du candidat - dossier personnel**



## Curriculum Vitæ Étendu



[  ] Lotfi Beji A reçu le niveau Dipl.-Ing. en Electro-Mécanique de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Tunis, Tunisie, en 1992, le niveau Mastère Recherche de l'Ecole Centrale de Nantes, France, en 1993 et le niveau Doctorat de l'Université d'Evry Val d'Essonne, France, en 1997. Après une qualification nationale en 60ème et 61ème sections, j'ai eu le poste de Maître de Conférences au sein du département Science Technique de l'Ingénieur de l'UEVE en joignant aussi le laboratoire IBISC FRE CNRS 3190. Durant la période 1994-1997, j'ai travaillé sur la modélisation et la commande des robots parallèles. A partir de 1998, je me suis intéressé aux systèmes autonomes terrestres et aériens (dirigeables, véhicules terrestres, drones). J'ai été invité par le programme SERST, Ministère de la Recherche et de la Technologie, en tant que visiteur à l'École Polytechnique de Tunisie (LIM). Plusieurs sujets de recherche et des thèses en commun ont été élaborés. La commande des engins en formation, à travers le projet CIRTA, est le sujet en cours de traitement.

## 2.1 État civil et coordonnées

Nom et Prénom BEJI Lotfi

Date et lieu de naissance 21 Décembre 1967, Zarzis, Tunisie

Situation familiale Marié, 3 enfants

Adresse personnelle 4, Rue de Peuplier, 91090 Lisses  
Tél. +33 6 83538738

Adresse professionnelle Laboratoire IBISC– CNRS FRE 3190  
Université d’Evry Val-d’Essonne – IUP  
40, rue du Pelvoux CE1455 Courcouronnes  
F-91020, Evry Cedex  
Tél. +33 1 69477547 Fax. +33 1 69477599  
Courriel : Lotfi.Bejji@ibisc.univ-evry.fr;beji@iup.univ-evry.fr

## 2.2 Cursus professionnel

- En 1998. Qualifié en 60ème et 61ème sections pour le poste de Maître de conférences
- Sept.1998. Maître de Conférences (60ème section)
  - Université d’Evry Val d’Essonne
  - Laboratoire des Systèmes Complexes: CNRS-FRE 2494
  - Evry (France)
- 1996-98. Attaché Temporaire d’Enseignement et de Recherche
  - Université d’Evry Val d’Essonne
  - Laboratoire des Systèmes Complexes: CNRS-FRE 2494
  - Evry (France)
- Juin 1998. Doctorat de l’Université d’Evry Val d’Essonne\*, spécialité Robotique
  - Laboratoire des Systèmes Complexes: CNRS-FRE 2494
  - Evry (France)
    - *Modélisation, Identification et Commande d’un Robot Parallèle*
- Sept.1994. Dipl. de DEA en Automatique et Informatique Appliquée
  - École Centrale de Nantes
    - *Calcul du modèle dynamique direct des robots manipulateurs (SYMORO+)*
- Juin 1993. Dipl. d’Ingénieur en Electro-Mécanique
  - École Nationale d’Ingénieurs de Tunis, Tunisie
    - *Etude et conception d’un moteur thermique à membrane adapté à la boucle thermodynamique de Rankine*

- Juin 1988. Etudes Préparatoires

| Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Nabeul, Tunisie

- (\*)12-06-98 Dipl. de Doctorat de l'Université d'Evry Val d'Essonne, spécialité Robotique

Sujet : *Modélisation, Identification et Commande d'un Robot Parallèle*

Mention : Très honorable

Jury:

|                |   |            |
|----------------|---|------------|
| W. Khalil      | Pr. Ecole Centrale de Nantes              | Rapporteur |
| J. M. Merlet   | Dir. de recherche INRIA Sophia Antipolis  | Rapporteur |
| M. Pascal      | Pr. à l'Université d'Evry                 | Rapporteur |
| F. Artigue     | Pr. à l'Université d'Evry                 | Examineur  |
| P. Joli        | MCF à l'Université d'Evry                 | Directeur  |
| A. Abichou     | Pr. à l'École Polytechnique de Tunisie    | Examineur  |
| J. M. Michelin | Docteur de l'ENSAM et Ingénieur à la SFIM | Examineur  |

## 2.3 Activités d'Enseignement

Comme tout début de carrière, j'ai commencé mes activités en tant qu'enseignant en 1995 par des vacances, suivies par un demi poste et un poste entier en tant que ATER. Je résume mes enseignements avant l'obtention du poste actuel dans le tableau suivant:

| Année     | Cours | TDs | TPs | Total (eq. TDs) |
|-----------|-------|-----|-----|-----------------|
| 1995/1996 | 10    | 110 | 122 | 198             |
| 1996/1997 | 20    | 120 | 80  | 198             |
| 1997/1998 | 10    |     |     | 15              |

**Table 2.1.** Répartition des enseignements en tant que vacataire,  $\frac{1}{2}$  ATER et ATER à l'UFR ST de l'Université d'Evry. Les matières enseignées sont la robotique, la mécanique et la conception en mécanique.

Depuis mon affectation au poste de Maître de Conférences en septembre 1998, j'ai joint l'UFR Science et Technologie (ST) de l'Université d'Evry. La pluridisciplinarité de ma formation et ma recherche et les connaissances cumulées sur les systèmes mécatroniques ont rendu mes enseignements à cheval entre la mécanique et l'automatique. Par conséquent, à l'issue de ma thèse, j'ai pu être qualifié dans les deux sections 60 et 61 du CNU.

### 2.3.1 Détails sur le contenu de cours

Je donne par la suite une idée globale sur le contenu de chacune de matière enseignée. Chaque cours est adapté selon le niveau, la vocation et la charge horaire de chaque formation. De même, le contenu de chaque matière prend en compte le fait que certaines connaissances peuvent être approfondies dans les séances des travaux pratiques (tp), qui présentent généralement une discussion ouverte avec les étudiants. Dans la globalité de mes cours, je participe moi même à la mise en place et au déroulement des tp. Cependant, pour les filières de base (première année), chaque tp est précédé par une initiation au logiciel et matériel utilisés.

**Conception mécanique.** Sous forme de cours, TD et TP, j'ai assuré aux étudiant de DEUG première et deuxième année une initiation au dessin industriel et des connaissances en bureau d'études. Ces derniers donnent à l'étudiant la faculté d'analyse d'un mécanisme. A savoir, son fonctionnement, son utilité et l'établissement d'un schéma cinématique simplifié. A la licence de GSI et celle de technologie, le cours et le TD portent sur le dimensionnement de quelques liaisons (encastrement, pivot, glissière) d'un mécanisme soumis à des efforts d'entrée-sortie. J'ai également assuré les travaux pratiques à des différentes filières de mécanique (Deug de technologie, Licence de GM) à l'aide des logiciels industriels (Solid-Works) pour la modélisation volumique de pièces mécaniques, l'assemblage sous contraintes de différentes pièces, l'animation de mécanismes sous Motion Works.

**Robotique.** Ce cours m'a été confié dès mon achèvement de ma formation en DEA d'Automatique et Informatique Appliquée à l'ECN, équipe robotique à Nantes. Au licence de technologie, ce cours a initié l'étudiant aux robots manipulateurs séries, à la paramétrisation d'un robot, comme étant un système poly-articulé, moyennant la convention de Denavit-Hartenburg (DH) et de Denavit-Hartenburg Modifiée (DHM), à l'extraction du tableau des paramètres géométrique. On peut ainsi construire à partir du tableau les différents modèles: modèles géométrique direct et inverse, modèles cinématique direct et inverse et les modèles dynamiques. Comme application, on a pris le robot SCARA (4 axes) et le robot ACMA TH8 (6 axes). Une introduction à la planification de mouvement à été aussi introduite. Cependant, ce cours n'incorpore pas de TP. Un tel TP est envisageable sous SyMoRo, SyMoRo<sup>+</sup> (Symbolic Modeling of Robot de l'ECN).

**Mécanique du point.** Ce cours s'adresse principalement aux formations de Deug et Deust au sein de l'UFR ST. De même une partie de ce cours a été adaptée à la *biomécanique* de la formation STAPS de l'UEVE. Après avoir défini un point matériel, l'orientation de ce cours était vers l'étude du mouvement d'un point. Pour cela, les notions suivantes ont été introduites: définition d'un référentiel, soit un repère de l'espace et la notion temps. Les coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques ont été introduites afin de positionner un point et la possibilité de prédire son mouvement par le biais de son centre d'inertie en faisant appel à la notion *force*. J'ai abordé la cinématique qui permet d'étudier les relations entre les paramètres du mouvement (position, vitesse et accélération). Pour le Deust, les étudiants ont été familiarisés aux calculs des forces dans les points d'encastrement d'une poutre soumise à des charges statiques.

**Mécanique du solide.** En complément à la mécanique du point, la mécanique du solide est la partie de la mécanique qui s'intéresse aux objets (non déformable). La notion du volume, le calcul du centre de masse et des éléments d'inerties ont fait l'objet d'une étude détaillée (TD au Deug SDM, hors département). Une initiation aux liaisons et le schéma cinématique d'un mécanisme ont été nécessaires pour ce cours. Pour le Deug SDM (Science de la matière), et à travers un volume important d'heures de TD (24h), l'objectif principal étant la détermination des performances d'un système en vue d'établir un dimensionnement adapté à l'usage envisagé. Avec le professeur du cours, j'ai mis l'accent sur la dynamique lagrangienne, le calcul des forces dans les liaisons et à l'établissement des équations de mouvement. A savoir, la relation entre les forces d'entrée et les variables de sortie. Ce cours a fait l'objet d'un remaniement pour le GEII.

**Thermodynamique.** Ma participation était au cours et TD de la filière de Deug. Après avoir introduit la notion d'équilibre thermique qui est à la base de la thermométrie, le premier principe de la thermodynamique et le deuxième principe ont été abordés. Les notions suivantes ont été introduites: pompe à chaleur, rendement, cycle de Rankine, etc.

**Signaux et Systèmes.** Aux filières GEII, GSI, CFA et FC, ce cours-TD est une introduction aux problèmes de l'identification des caractéristiques physiques d'un système linéaire d'ordre  $n$  (on s'est limité à l'ordre 3 dans la pratique). L'étudiant est familiarisé à la modélisation d'un système par des équations

différentielles à coefficients constants, l'utilisation de l'outil de Laplace et à l'analyse des réponses temporelles et fréquentielles. Le cours est rendu solide par de simulation sous-Matlab et la réalisation de TP sur des systèmes réels (machine à courant continu accouplée à une génératrice, boîtiers électrique et électronique considérés comme une boîte noire).

**Asservissement.** Ce cours/TD est une continuité aux enseignements signaux et systèmes, cités ci-dessus. Après avoir identifié la fonction de transfert d'un système, l'étudiant est capable de construire la loi de commande qui corrige et régule le système en un point de référence. Il s'agit par conséquent de donner un ordre de grandeur aux gains du correcteur. L'analyse se base sur la réponse temporelle et fréquentielle du système. Le critère de Routh et Nyquist ont été utilisés et discutés pour approuver les résultats de stabilité. Ces cours ont été rendus solide par des applications pratiques (TP) à lesquels j'ai participé (filière GEII et GSI). Comme application, je cite, stabilisation du niveau d'eau dans une colonne, asservissement de la vitesse d'un arbre moteur (avec et sans charge) et d'autres TP sous Matlab.

**Tutorial.** J'ai assuré des tutoriaux en mathématique, conception en mécanique et mécanique générale. En tant que tuteur des étudiants en projet fin d'études, j'ai suivi en entreprise l'avancement de quelques projets.

| Année       | Cours | TDs  | TPs | Total (eq. TDs) |
|-------------|-------|------|-----|-----------------|
| 1998/1999   | 22    | 116  | 140 | 233             |
| 1999/2000   | 38    | 96   | 144 | 240             |
| 2000/2001   | 28    | 86   | 120 | 200             |
| 2001/2002   | 44    | 98   | 80  | 212             |
| 2002/2003   | 48    | 68   | 138 | 222             |
| 2003/2004   | 42    | 88   | 120 | 223             |
| 2004/2005   | 48    | 80   | 120 | 232             |
| 2005/2006   | 40    | 80.5 | 115 | 217             |
| 2006/2007*  | 21    | 46   | 30  | 97              |
| 2007/2008   | 21    | 89   | 114 | 196             |
| 2008/2009** | -     | -    | -   | -               |

**Table 2.2.** Répartition des enseignements par type et par année universitaire. (\*)Six mois de délégation CNRS, (\*\*) Une année de CRCT.

### 2.3.2 Projets proposés et encadrés

Je présente par la suite les projets proposés au sein du département. Chaque projet a fait acte d'une candidature. Après affichage, une sélection par un groupe d'étudiants a eu lieu. Le projet ne peut être affecté au groupe qu'après entretien avec le tuteur du sujet.

1. L.Beji, 93-94, *Contribution à la commande d'une table à un axe par CRONE et la technique Predictive*, Projet de la filière 2ème année GSI/GEII de l'UFR ST, Université d'Evry.
2. —, 94-95, *Modélisation des frottements: application à une machine à un ddl*, Projet de la filière 2ème année GM, UFR ST, Université d'Evry.
3. —, 95-96, *Contribution à la commande d'une table à un axe par CRONE et la technique Predictive*, Projet de la filière 2ème année GSI/GEII, UFR ST, Université d'Evry.
4. —, 96-97, *Implementation d'une loi PID et '+' pour la commande d'un robot parallèle à six axes*, Projet de la filière 2ème année GSI/GEII, UFR ST, Université d'Evry.
5. —, 96-97, *Modélisation 3D sous SDS d'un robot parallèle*, Projet de la filière Licence de Technologie Mécanique, UFR ST, Université d'Evry.
6. —, 97-98, *Prédiction et Modélisation des non linéarités dues aux jeux et aux frottements dans les systèmes mécaniques pour la commande*, Projet de la filière 2ème année GSI, UFR ST, Université d'Evry.
7. —, 99-00, *Calibration géométrique des robots manipulateurs: application aux robots redondants*, Projet de la filière DESS GEII, UFR ST, Université d'Evry.
8. —, 99-00, *Etude de vibrations résiduelles des robots manipulateurs*, Projet de la filière DESS GM, UFR ST, Université d'Evry.
9. —, 99-00, *Etude d'une plate-forme suspendue par câbles*, Projet de DEA ParisVI, UFR ST, Université d'Evry.
10. —, 00-01, *Etude, Montage et Commande d'un Micro-Robot de type Insecte, actionné par AMF*, Projet de la filière DESS GSI, UFR ST, Université d'Evry.
11. —, 01-02, *Etude de stabilité d'un dirigeable*, Projet de la filière DESS GSI, UFR ST, Université d'Evry.

12. —, 02-03, *Modélisation et animation sous IDEAS d'une machine portable pour l'usinage des tubes*, Projet de la filière 2ème année GM, UFR ST, Université d'Evry.
13. —, 03-04, *Commande d'un véhicule autonome par la logique floue*, Projet de la filière DESS GSI, UFR ST, Université d'Evry.

**Remarque 1** *Après ma formation initiale, un nombre important de projets a été proposé au début de ma carrière (94-00). Ce départ a permis également d'approfondir mes relations professionnelles au sein de l'UFR ST. Ce nombre a subi une diminution à partir de 2004 suite à mes congés de recherche.*

## 2.4 Encadrement de la recherche

### 2.4.1 Etudiants en DEA

**Rajia Slim**(2003), *Commande instationnaire d'un véhicule terrestre*, DEA de l'Ecole Polytechnique de Tunisie. Durant cette année, l'étudiante a fait de déplacement au LSC (3mois). L'encadrement de ce stage a été partagé entre moi et A.Abichou (EPT). Dès l'achèvement de son DEA, Melle Slim a été admise en thèse cotutelle entre les deux établissements (une publication).

**Mohamed Anouar Elkamel**(2005), *Stabilisation au moyen d'asservissement visuel d'un chariot-DPI : Application au bâtiment soumis à des excitations sismiques*, Mastère d'Ingénierie Mathématiques de l'EPT. C'est un mémoire de Mastère recherche, encadré par moi et A.Abichou. Le stage a été effectué au sein du LSC. Mr ElKamel est actuellement en thèse cotutelle sous la direction de S.Mammar et moi même (une publication).

**Hedi Ben Aissa**(2006), *Modélisation et stabilisation d'un véhicule terrestre en tenant compte du tangage et du roulis*, Mastère Recherche de l'Ecole Polytechnique de Tunisie. Ce stage, d'une durée d'un an, a été déroulé sous ma direction et celle du Prof. A. Abichou de l'EPT. En effet, lors de ma délégation CNRS (six mois), j'ai passé les six mois à l'EPT au laboratoire LIM. Ainsi sur ce sujet, j'ai pu encadrer l'étudiant dans cette période.

**Widad Ben Yahia**(2006), *Navigation floue d'un drone*, Mastère recherche de l'Université d'Evry. L'encadrement de ce mémoire a été assuré en collabo-

ration avec Pr. H.Maaref d'Evry. Pour un choix personnel de l'étudiante, notre proposition de thèse a Melle Ben Yahia n'a pas aboutit (une publication).

### 2.4.2 Thèses soutenues et Thèses en cours

J'ai co-encadré cinq thèses dont trois ont été soutenues. Quatre de ces thèses sont en cotutelles entre l'Université d'Evry, le laboratoire Lsc-Ibisc et l'Ecole Polytechnique de Tunisie, le laboratoire Lim.

**Thèses soutenues Kadda Zemalache:** (20 Décembre 2006)

Titre de la thèse : *Commande des systèmes sous-actionnés: Application à un drone à Quatre Hélices.*

Mention : Très honorable

Jury:

|              |  |                 |
|--------------|--|-----------------|
| K. Madani    | Pr. à l'Université de Créteil              | Rapporteur      |
| P. Sourèses  | Habilité, Chargé de recherche au LAAS-CNRS | Rapporteur      |
| V. Perdereau | Pr. à l'Univ. Pierre et Marie Curie        | Examineur       |
| H. Frigui    | Pr. à l'Univ. de Memphis, USA              | Examineur       |
| L. Beji      | MCF à l'Université d'Evry                  | Encadreur (60%) |
| H. Maaref    | Pr. à l'Université d'Evry                  | Directeur       |

**Poste actuel:** Maître assistant à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO-MB)

**Résumé.** Le drone XSF (X4 Stationary Flyer) est un engin volant de faible dimension capable d'emporter une petite charge utile, notamment une caméra, destinée à effectuer de manière autonome une mission de reconnaissance. En plus des applications militaires, ce type d'engins peut également intéresser le domaine civil, notamment la recherche de personne dans des bâtiments en flamme, surveillance des ouvrages d'art...

Les travaux que nous avons effectués portent sur l'étude de stabilisation avec planification de trajectoire de deux modèles du drone. Le premier est appelé modèle X4 conventionnel, le second est le modèle X4 bidirectionnel (XSF). La particularité du modèle X4 bidirectionnel par rapport au modèle existant est le pivotement des supports qui portent les moteurs 1 et 3. Nous avons cherché à comparer des algorithmes de commande en utilisant une technique nécessitant un modèle du système (technique du Backstepping et la commande par retour d'état statique) et une approche experte s'affranchissant du modèle (Système Inférence Floue Optimisé - SIFO). Nous avons ainsi réalisé des commandes pour la poursuite de trajectoires simples telles que le suivi de lignes droites, et com-

plexes (demi cercle, coin, ....) en utilisant les deux techniques. Nous avons étudié la robustesse des deux contrôleurs utilisés en présence de perturbations. Nous avons présenté deux types de perturbations, le cas d'une panne d'un moteur ainsi qu'une rafale de vent.

**Sarra Samaali:** en cotutelle soutenue à l'UEVE (12 Janvier 2007)

Titre de la thèse : *Commande de Navigation d'un dirigeable autonome sous actionné dans les trois plans: Longitudinal, Horizontal et Latéral*

Mention : Très honorable

Jury:

|             |   |                 |
|-------------|---|-----------------|
| T.Hamel     | Pr. à I3S Sophia Antipolis                        | Rapporteur      |
| K.Kozlowski | Pr. à l'Institut de Poznan                        | Rapporteur      |
| A.Abichou   | Pr. à l'Ecole Polytechnique de Tunisie            | Directeur       |
| C. Vallee   | Pr. Université de Poitier                         | Examinateur     |
| S. Lacroix  | Habilité, chargé de recherche CNRS, LAAS-Toulouse | Examinateur     |
| M. Pascal   | Pr. à l'Université d'Evry                         | Directeur       |
| T. Hadhri   | Pr. à l'Ecole Polytechnique de Tunisie            | Examinateur     |
| L.Beji      | MCF à l'Université d'Evry                         | Encadreur (60%) |

**Poste actuel:** Maître assistante à l'Université de Tunis, Tunisie.

**Résumé.** Cette thèse étudie la stabilisation asymptotique du drone dirigeable au voisinage d'un point donné ainsi que la poursuite d'une trajectoire planifiée. Dans cette optique, deux parties sont présentées. La première partie traite le modèle dynamique régissant le mouvement du dirigeable dans un repère global. On assimile le dirigeable à un corps rigide. Dans la deuxième partie, on identifie le modèle découplé des phases de navigation selon les plans longitudinal (XGZ), horizontal (XGY) et latéral (YGZ). Dans le plan longitudinal, on a proposé un algorithme de commande qui stabilise localement et asymptotiquement le dirigeable au voisinage d'un point cible. Alors que les techniques du backstepping et du platitude ont été combinées pour poursuivre une trajectoire pré-définie. Dans le plan horizontal, on montre que l'orientation du dirigeable auquel sont appliquées deux commandes, ne peut pas être stabilisée par un retour d'état continu stationnaire. Alors que la stabilisation par un retour d'état continu instationnaire est possible. Les résultats de poursuite dans ce plan résolvent les difficultés liées à la poursuite d'une trajectoire d'équilibre.

**Rajia Slim:** en cotutelle soutenue à l'UEVE (12 Juin 2007)

Titre de la thèse : *Contribution à la planification d'un drone hélicoptère à qua-*

*tres rotors*

Mention : Très honorable

Jury:

|            |   |                 |
|------------|---|-----------------|
| P. Souères | Habilité, chargé de recherche CNRS, LAAS-Toulouse | Rapporteur      |
| T.Hamel    | Pr. à I3S Sophia Antipolis                        | Rapporteur      |
| P. Rouchon | Pr. à l'Ecole de Mines, Paris                     | Examineur       |
| Y.Bestaoui | Habilité, Université d'Evry                       | Directeur       |
| A. Abichou | Pr. à l'Ecole Polytechnique de Tunisie            | Directeur       |
| L.Beji     | MCF à l'Université d'Evry                         | Encadreur (60%) |

**Poste actuel:** Maître assistante à l'Université de Sousse, Tunisie.

**Résumé.** Cette thèse est une contribution théorique à la planification et à la commande de drone hélicoptère à quatre rotors. Son but principal est la modélisation, la génération de trajectoires et la commande d'un drone quadri-rotors. Deux types de drones ont fait l'objet de cette étude : un quadri-rotors classique (X4) et un quadri-rotors bidirectionnel (XSF). Les deux modèles de la dynamique de l'X4 et de l'XSF ont été détaillés en présence de forces aérodynamiques. Les résultats ont servi pour générer des trajectoires de référence de différents types (raccordement avec ou sans points d'arrêt), avec enchaînement de différents types de courbes. L'originalité de la génération de trajectoires proposées consiste en la détermination des postures nécessaires imposées par les trajectoires d'équilibre et par les manoeuvres de premier et second ordres pour faire le lien entre deux points donnés. Le passage par un point intermédiaire tout en réalisant l'arrêt ou non, a révélé le calcul d'autres postures. Ces résultats ont été validés sous des commandes assurant la stabilité des drones ainsi que la poursuite des trajectoires de référence pré-définies.

**Thèses en cours** Actuellement, je co-encadre deux thèses en cotutelle entre l'UEVE (IBISC) et l'EPT(LIM). Les deux sujets s'intègrent dans le projet CIRTA proposé (Coopération Intelligente entre Robots Terrestres et Aériens). Les soutenances de ces thèses sont programmées pour l'an 2009.

**Mohamed ELKamel Anouar:** Thèse en cotutelle dirigée par S. Mammar et A. Abichou.

**Sujet:** *Stabilisation autour d'une cible d'une formation multi-robots*

**Asma Sghaier ELKamel:** Thèse en cotutelle, dirigée par J. Lerbet et A. Abichou.

**Sujet:** *Planification de trajectoire d'une formation multi-robots*

## 2.5 Principales responsabilités électives et administratives

- Collège B: Commission des spécialistes de l'UEVE (section 60), depuis 2006.
- Collège B: Commission des spécialistes de l'UEVE, membre suppléant (section 60) (2003-2006).
- Collège B: Commission des spécialistes de l'IUT de Créteil (section 61) (2000-2005).
- Responsable de la licence pluridisciplinaire de technologie à l'UEVE (2003-2005)
- Animation de la journée du laboratoire IBISC (2005)

## 2.6 Thèmes de recherche développés

La liste de mots clefs suivante donne les principales thèmes scientifiques et les thématiques de recherche développées. L'association d'un ou plusieurs mots clefs exposés ci-dessus, ont pu former une thèse, un stage/projet de recherche. Je liste également quelques exemples d'applications.

**Mots clefs.** *Modélisation, Identification, Commande non linéaire, Robots séries, Robots parallèles, Véhicules terrestres, Véhicules aériens, Véhicules en formation.*

- **Modélisation.** La modélisation est l'établissement de différents modèles aboutissants aux relations entre les entrées de commande et les sorties du système. Notre analyse se base sur une paramétrisation adéquate du système et sur la réduction du nombre de paramètres géométriques (constants ou variables) pour une parfaite calibration. Comme application, j'ai débuté mon travail avec les robots séries/parallèles tout au long de ma thèse (1994-1997). La notion d'une *structure virtuelle* rigide et semi-rigide a fait l'objet d'une recherche récente pour modéliser une formation de robots mécaniquement non liée.
- **Identification.** Ce thème concerne les paramètres qui sont liés à la dynamique du système (masse, inerties) ainsi qu'aux paramètres des frottements dans les liaisons. Il s'agit d'identifier un nombre minimal de paramètres (paramètres regroupés) qui affectent la dynamique. Le modèle s'exprime

linéairement en fonction de ces inconnus. L'identification d'une trajectoire excitante est nécessaire pour réussir une telle procédure. Comme application, je cite le robot parallèle Space du laboratoire Lsc (1994-1997).

- **Commande non linéaire.** Plusieurs techniques de commande ont été élaborées: la commande par passivité appliquée au robot parallèle, la commande adaptative pour une voiture auto-guidée, la commande par backstepping et le retour d'état stationnaire/instationnaire, appliquée aux systèmes sous actionnés aériens (dirigeable, drone XSF/X4). De même une commande basée sur le système d'inférence floue a été appliquée au drone X4. Le principe de LaSalle et la technique de Lyapunov ont été déterminants pour réussir la stabilisation vers une cible d'une formation de robots mobiles avec évitement d'obstacles.
- **Robots séries.** Une maîtrise de la paramétrisation de ces architectures a été associée avec un programme de calcul formel des différents modèles. Afin de réduire le temps de calcul du modèle pour une application en temps réel, la dynamique du robot est obtenue sous forme formelle et optimisée.
- **Robots parallèles.** Un robot parallèle est choisi pour remédier aux problèmes rencontrés avec un robot série (manque de précision). Alors qu'une plate-forme parallèle présente se difficulté en modélisation, j'ai réussi à résoudre ce problème par l'écriture d'un modèle formel optimisé. Au cours de ma thèse, une architecture spéciale à six degrés de liberté et trois bras a été étudiée. Elle est différente de celle de la plate-forme de Stewart.
- **Véhicules terrestres.** L'importance du véhicule dans la vie quotidienne a fait de cet engin l'un des centres d'intérêt majeurs des scientifiques et cela pour des raisons aussi bien pratiques que théoriques. Dans cet optique, je propose un retour d'état adaptatif stabilisant asymptotiquement le véhicule avec une estimation de ses paramètres. Les effets de glissement des roues avant, l'angle de braquage des deux roues avant et les forces de poussées à l'arrière ont été combinés pour réussir un tel manoeuvre automatique.

- **Véhicules aériens.** La proposition d'un engin volant à quadri-rotors, dans le cadre du projet DGA-ONERA (réalisation et tests), m'a orienté vers une étude complète du modèle et de la commande. La prise en compte des effets aérodynamiques dans la commande était un challenge. Ce travail est précédé par une maîtrise de la dynamique sous actionnée d'un dirigeable AS200 du laboratoire. Ce dernier présente de difficultés dans la commande vue le nombre important de variables d'états.
- **Véhicules en formation.** Les recherches et les résultats théoriques sur les engins volants et les véhicules terrestres ont orienté notre recherche vers les véhicules en formation, appelé aussi véhicule en coordination. Les applications sont d'une grande importance dans les domaines civiles et militaires. L'exemple apparent est celui de la coopération biologique de plusieurs agents vivants dans la nature: oiseaux en vol, fourmis vivant en groupe à la défense de la fourmilière et poissons qui voyagent en un nombre important, guidées dans leurs déplacements par un ou plusieurs leader(s). Quand aux véhicules en formation, la démarche consiste dans un premier temps à établir un modèle pour la formation, de rendre cette formation stable tout au long de son déplacement vers la cible. L'environnement peut être inconnu et contenir des obstacles.

### 2.6.1 Résultats obtenus ou attendus

Le dénominateur commun à toutes mes activités de recherche est constitué par les systèmes autonomes avec leurs problèmes de modélisation en passant par l'identification et jusqu'à l'aboutissement à une commande adéquate. L'entière autonomie du système révèle d'une étude approfondie de ses propriétés structurelles telle que la contrôlabilité. Mon intérêt premier réside dans le développement d'un modèle qui reflète la réalité physique du système et dans l'adaptation du modèle pour divers types de commande. Les non linéarités, pratiquement existantes dans tous les modèles, ont fait l'objet de beaucoup d'attention sur le plan de la conception de la commande. Ci-dessous, je présente rapidement mes contributions dans chaque thème et les publications associées.

- *Optimisation de calcul* des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques des robots manipulateurs séries et parallèles [18, 39, 41, 43, 47–49].

- *Conduite autonome d'un véhicule terrestre.* Ma collaboration sur ce sujet a débuté avec Y.Bestaoui. Après avoir étudié la dynamique d'un véhicule terrestre, nous avons proposé une commande adaptative tenant compte d'une trajectoire optimisée pré-définie [36, 54]. La commande adaptative a conduit aux paramètres du véhicule, qui ont servi à la construction d'une commande assurant la poursuite d'une trajectoire de référence [46, 51]. Le problème de stabilisation du véhicule en un point a été résolu par une [34], qui a été généralisée par la suite à une variété d'équilibre des véhicules autonomes [33].
- *Navigation autonome d'un dirigeable en tenant compte des effets aérodynamiques.* Ce projet a commencé avec l'orientation du laboratoire précédent le LSC vers les engins 3D. La partie commande qui associe le Laboratoire d'Ingénierie Mathématique (LIM), a permis l'invitation pour un mois au Lsc du Pr. Abichou. Nos résultats sur la stabilisation de l'AS200 du laboratoire, ont conduit à une commande qui prend en compte la cinématique, la dynamique et le sous actionnement dans le modèle [6, 35, 54]. Des études, visant en premier lieu à réduire les complexités dans le modèle, ont abouti à une projection de ce dernier selon les trois plans; horizontal, latéral et longitudinal. Les performances du dirigeable sont analysées dans chaque plan avec la commande appropriée [2].
- *Navigation autonome d'un drone à quatre hélices, planification de trajectoire et algorithmes de commande pour la stabilisation et la poursuite.* Ce travail est le fruit d'une collaboration avec le Pr. Abichou à travers les thèses en cotutelle. En effet, dans le cadre du projet XSF, le LIM est pris comme partenaire sur la partie modélisation, planification de trajectoire et commande. Lors de mon séjour (délégation CNRS de six mois en 2006) au LIM, nous avons travaillé sur la modélisation et la stabilisation en un point des drones [7, 25, 53]. Cette même collaboration a été étendue vers une commande pour la poursuite d'une trajectoire. Les algorithmes de commande obtenus ont été testés sur un simulateur, réalisé sous VRML-Matlab [26, 29, 45, 53]. Dans la thèse de K. Zemalache, les résultats ont aboutis à une commande de navigation qui s'affranchissait du modèle à l'aide d'une commande robuste basée sur un Système Inférence Floue Optimisée (SIFO) [4, 22, 23, 27, 30, 31].

- *Véhicules en formation.* Les résultats de ce travail sont en cours de validation. Par la proposition du projet CIRTA, qui regroupe trois laboratoires de recherche, IBISC (France), LIM(Tunisie) et ITP(Pologne) (voir section 2.7), l'idée contribue à l'axe de recherche décrit ci-dessous.

Il s'agit d'étudier et réaliser une coopération intelligente, sur la base d'un schéma directeur pour une mission donnée, entre un ensemble de véhicules autonomes : terrestres et aériens. L'objectif principal est d'étudier le comportement d'entités mobiles évoluant en formation pour réaliser une mission conjointe. Cet ensemble de robots se décompose en deux groupes aériens et terrestres. Le but serait de définir chaque élément unitaire du groupe sur le plan:

- Mécanique, électrique et électronique.
- Acquisition et transmission de données.
- Modélisation, identification et commande.

La gestion de la coopération entre les deux parties se fera par la recherche d'un(e):

- Stratégie de planification de mouvement en 2D et 3D.
- Protocole de communication et coopération pour solutionner une étape d'obstacle.
- Stratégie de commande robuste dans un environnement inconnu.
- Fusion et traitement de données et images pour une décision optimale multi-critères.

Le projet proposé s'articule sur le développement systématique d'un ensemble de robots, de taille réduite, de véhicules aériens et terrestres. Un modèle virtuel à base de simulation et d'images de synthèses devra être mis en oeuvre pour décrire l'évolution de la formation à étudier. Les applications sont multiples dans des domaines aussi bien civiles que militaires autour de : la protection de l'environnement, collecte de données, surveillance, etc.

Les thèmes de recherche développés ci-dessus ont fait l'objet d'une activité internationale que je citerais par la suite.

## 2.7 Séjours de recherche à l'étranger

- Faisant partie du groupe drone (concours de la DGA-ONERA 2003-2006), j'ai pu bénéficier d'un déplacement de 4 mois au LIM en Tunisie. Le

laboratoire tunisien, groupe controle-commande, est un partenaire de ce projet. Les résultats élaborés ont été testés sur un simulateur réalisé en collaboration avec ce groupe.

- La proposition et animation du projet CIRTA (Coopération Intelligente entre Robots Terrestres et Aériens), m’a permis de bénéficier d’une délégation CNRS de six mois. Étant donné que la partie tunisienne est partenaire de ce projet, la mise en place de ce processus a nécessité mon déplacement au LIM pour la durée convenue par la délégation.
- Invitation par le programme SERST 2004 (2 mois). Mis en place par le Ministère de la Recherche Scientifique Tunisien, ce programme de recherche incite les chercheurs Tunisiens (dont je suis originaire) résidents à l’étranger d’animer quelques axes du laboratoire d’accueil (ici le LIM).
- Invitation par le programme SERST 2007 (6 mois). Mon invitation par le programme SERST de 2004 a été renouvelée en 2007 pour une période de six mois au sein du LIM afin d’encadrer deux thèses en cotutelle (R. Slim (soutenue en France) et M.A.ELKamel (en cours)).
- Une visite est plannée à l’ *Institute of Control and Systems Engineering, Poznan, Pologne*, 2009.

## 2.8 Activités Internationales

Mes activités internationales se composent de participations à des programmes de recherche d’envergure internationale

- *Edition Spéciale*, L.beji, A;Abichou, *Modelling and/or Control of Multi-Vehicle Formations*, International J. of Vehicle Autonomous Systems, <http://www.inderscience.com/browse/callpaper.php?callID=1158>
- Organisateur de la conférence CISA09 (Chair): <http://lsc.univ-evry.fr/cisa09/>
- Invitation pour une durée de 2 mois par le programme SERST 2004 en Tunisie.
- Invitation pour une durée de 6 mois par le programme SERST 2007 en Tunisie.
- Présentation d’une session au *Symposium on Robot Control*, SyRoCo (Pologne, 2003).
- Présentation d’une session au *Workshop on Robot Motion and Control*, RoMoCo (Pologne, 2002).

- Présentation d’une session spéciale au *Workshop on Robot Motion and Control*, RoMoCo (Pologne, 2007).

### 2.8.1 Activité d’évaluation scientifique

#### Revue Internationale:

- International Journal of Control
- IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems
- International Journal of Robotics and Automation
- International Journal of Robust and Nonlinear Control

#### Conférences Internationales:

- ASME Biennial Conference
- CDC, IEEE International Conference on Decision and Control
- ACC, IEEE American Control Conference
- ICRA, International Conference in Robotics and Automation
- RoMoCo, Workshop in Robot Motion and Control
- CISA, Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation

## 2.9 Communications scientifiques

**Synthèses des publications** Le tableau 2.9 donne un aperçu global sur la répartition des différentes publications année par année et par type. La première colonne liste les articles dans les revues internationales (9); la seconde liste regroupe les comptes rendus de conférences internationales avec comité de lecture (31); alors que la troisième colonne liste les communications publiées dans les actes de conférences nationales (5); l’avant dernière colonne fait état des chapitres de livres (5) dont une grande partie a été éditée par *Springer*. La dernière colonne (2 Editions): Acte de CISA09, que j’ai édité en collaboration avec S.Otmane (IBISC) et A.Abichou (LIM) et Acte d’une Session Spéciale à l’Int. J. of Vehicle Autonomous Systems. A noter que toutes les publications ont suivi un processus de d’évaluation par des comités scientifiques.

<sup>1</sup> Submission of full paper before: 30 June, 2009

| Année        | Revues       | Conf. Int.                              | Conf. Nat. | Chap.Livres    | Actes     |
|--------------|--------------|---|------------|----------------|-----------|
| 1995         |              |   | [48]       |                |           |
| 1996         |              | [42] [43] [44]                          |            |                |           |
| 1997         | [12]         | [40] [41]                               | [49]       |                |           |
| 1998         |              | [38] [39]                               |            |                |           |
| 1999         | [37]         |   |            |                |           |
| 2000         |              | [33]                                    |            |                |           |
| 2001         |              | [36]                                    | [46] [47]  |                |           |
| 2002         |              | [35]                                    |            |                |           |
| 2003         | [10]         | [33] [34]                               |            |                |           |
| 2004         |              |   |            |                |           |
| 2005         | [7] [8] [9]  | [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30] [31] |            | [54]           |           |
| 2006         |              | [22] [23]                               |            | [53]           |           |
| 2007         | [4] [5] [6]  | [20] [21]                               | [45]       | [51] [52] [50] |           |
| 2008         |              | [17] [19]                               |            |                |           |
| 2009         | [2]* [3]     | [15] [12] [18] [13] [14]                |            |                | [55] [56] |
| <b>Total</b> | <b>10+1*</b> | <b>31</b>                               | <b>5</b>   | <b>5</b>       | <b>2</b>  |

**Table 2.3.** Tableau récapitulatif de différentes publications depuis début de ma thèse (1994). (\*) Articles soumis pour publication. [55]: CISA09, 2nd Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation, Proc. AIP, L.Beji, S.Otmane and A.Abichou (Eds), 23-25 mars, 2009.

[56]: Special issue on *Modelling and/or Control of Multi-Vehicle Formations*, Int. J. of Vehicle Autonomous Systems, in progress: <http://www.inderscience.com/browse/callpaper.php?callID=1158>

#### Call For papers

Special Issue on: "Modeling and/or Control of Multi-Vehicle Formations"

#### Guest Editors:

Dr. Lotfi Beji, Université d'Evry, France

Prof. Azgal Abichou, Polytechnic School of Tunisia, Tunisia

Interest in multi-vehicle formation and their control has increased because of the many possible applications in military as well as civil fields. The study of robot formation control, inspired from swarm evolution in nature, began from the industry and military worlds with the idea of using multiple small vehicles instead of one big one. Teams of inexpensive robots, performing cooperative tasks, may prove to be more cost and energy effective than a single one. They are, in addition, capable of achieving a mission more efficiently. Using formations of robots includes other advantages such as increased feasibility, accuracy, robustness, flexibility, and probability of success.

Many works have focused on the subject, based on different approaches and using different strategies, such as the virtual structure, the behavioral approach, the leader following approach, swarm intelligence, and so on. Each approach has its advantages and disadvantages, and is used in order to achieve a specific goal.

This special issue aims to showcase recent advances in modeling, parameter identification, and minimization of multi-vehicle formation, self-organized task allocation strategies for multi-vehicle systems, and formation control.

Topics include, but are not limited to the following areas:

- Multi-vehicle coordination, cooperation and collaboration
- Kinematics and dynamics modeling of vehicles formation
- Path planning and task allocation of robots formation
- Stabilization and tracking control of robots formation
- Obstacles avoidance and formation control
- Self-organization of vehicle groups
- Biologically inspired of multi-robot behavior
- Multi-agents system and robots formation
- Aerial and/or terrestrial group of vehicles in coordination
- Swarms of robots



---

## Références

### Thèse de Doctorat

1. **L.Beji**, *Modélisation, Identification et commande d'un robot parallèle*, Thèse de doctorat en Robotique de l'Université d'Evry Val d'Essonne, 1997.

### Reuves avec Comité de Lecture

2. A.Abichou, **L.Beji** and S.Samaali, *Various tracking controllers in various plans of an unmanned aerial blimp*, Int. Journal of Vehicle Autonomous Systems, accepted, in press, 2009.
3. M.-A.El Kamel, **L.Beji** and A.Abichou, *Multi-mobile robots formation regulation control: an approach including obstacles avoidance for targets capturing*, Special issue on *Modelling and/or Control of Multi-Vehicle Formations*, International J. of Vehicle Autonomous Systems, Submitted, 2009.
4. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H.Maaref, *Two Inertial Models of X4-Flyers Dynamics, Motion Planning and Control*, Journal of the Integrated Computer-Aided Engineering, pp. 107-119. Vol.14, No.2, 2007.
5. R.Mlayeh, **L.Beji** and A.Abichou, *Yaw-based Control of a X4-bidirectional Flyer Planar Motion*, in International Journal of Factory Automation, Robotics and Soft Computing, 2007.
6. S.Samaali, A.Abichou and **L.Beji**, *Longitudinal and horizontal stabilization of an unmanned blimp*, International Journal of Vehicle Autonomous Systems, Volume 5, Number 1-2, pp.138-157, 2007 .
7. **L.Beji**, A.Abichou, *Streamlined Rotors Mini Rotorcraft: Trajectory Generation and Tracking*, International Journal of Control Automation, and Systems, V.3, No.1, pp. 87-99, 2005.
8. **L.Beji** and A.Abichou, *Tracking Control of Trim Trajectories of a Blimp for Ascent and Descent Flight*, International Journal of Control. Vol.78, No.10, pp. 706-719, 2005.
9. **L.Beji** and Y.Bestaoui, *Motion Generation and adaptive control method of automated guided vehicles in road following*, IEEE-Transactions on Intelligent Transportation Systems Council, V.6, No.1, pp. 113-123, 2005.
10. **L.Beji**, A.Abichou and Y.Bestaoui, *Position and attitude control of an underactuated autonomous airship*, Journal of Differential Equations, Vol.8, No.3, pp. 2003.
11. **L.Beji** and M.Pascal, *The kinematics and the full minimal dynamic model of a parallel robot manipulator*, Journal of Nonlinear Dynamic, Vol.18, pp.339-536, 1999.
12. **L.Beji** and A.Abichou, *A singular Perturbation Approach for Tracking Control of a Parallel Robot Including Motor Dynamics*, International Journal of Control. Vol.68, No.4, pp.689-707, 1997.

## Conférences Internationales (avec Comité de Lecture et Actes)

13. A.E.ElKamel, **L.Beji**, J.Lerbet, A.Abichou *Multi-vehicle consensus with target capturing and collision avoidance*, 12th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'09, September, Istanbul, Turkey, 2009.
14. M.A.ElKamel, **L.Beji**, A.Abichou *Trajectory generation for a formation of mobile robots via a flexible virtual structure approach*, 12th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'09, September, Istanbul, Turkey, 2009.
15. M.A.ElKamel, **L.Beji**, A.Abichou *A decentralized formation control method including self-organization around a target*, 9th International IFAC Symposium on Robot Control, SyRoCo'09, Japan, 2009.
16. M.A.ElKamel, **L.Beji**, A.Abichou *A novel obstacle avoidance approach for mobile robot cooperation and target capturing*, International Conference in Intelligent Systems and Automation, CISA'09, Zarzis, Tunisia, March 2009.
17. M.A.ElKamel, **L.Beji**, *Nonholonomic mobile robots cooperative control for target capturing*, IEEE Conference Exhibition on Control, Communication and Automation, INDICON'08, Inde, December 2008.
18. A.E. ElKamel, **L.Beji**, *Flexible virtual consideration in modeling of mobile robot formations*, International Conference in Intelligent Systems and Automation, CISA'09, Zarzis, Tunisia, March 2009.
19. M.A.ElKamel, **L.Beji**, *A strategy for unicycle's formation control based on Invariance Principle*, International Conference in Intelligent Systems and Automation, CISA'08, Annaba, Algeria, Juillet 2008.
20. H.Maaref, K.M.Zemalache **L.Beji**, *Self-tunable fuzzy inference system: a comparative study for a drone*, International Fuzzy Systems Association, IFSA'2007, Cancun, Mexico, June 18-21, 2007.
21. **L.Beji** and A.Abichou, *Tracking control of Automated Guided Vehicles*, Sixth IEEE International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo'2007), Bukowy Dworek, Poland, June 11-13, 2007.
22. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H.Maaref, *Motion Planning and Stabilisation of a X4 Bidirectional Rotors using a Neuro-Fuzzy Controller*, 9th International Symposium on Climbing and Walking Robots and Associated Technologies, Royal Military Academy, Brussels, Belgium, pp. 678-683, 11-14 September 2006.
23. K.M.Zemalache, W.Ben yahia, **L.Beji** and H.Maaref, *Neuro-Fuzzy System Controlling a X4-Flyer*, 5th International Symposium on Robotics and Automation 2006, San Miguel Regla Hidalgo, México, pp. 460-465, August 25-28, 2006.
24. **L.Beji**, A.Abichou and M.A.ElKamel, *Vision-based stabilization of the IDP flat output*, 8th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR, Septembre 12-15, Londre, UK, 2005.
25. R.Slim, A.Abichou and **L.Beji**, *Modelling and Control of a X4 bidirectional rotors*, 8th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR, Septembre 12-15, Londre, UK, 2005.
26. **L.Beji**, A.Abichou, *Trajectory Generation and Tracking of a Mini-Rotorcraft*, IEEE International Conference On Robotics and Automations, ICRA, Avril 18-22, Barcelone, Espagne, 2005.
27. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H.Maaref, *Control of an under-actuated system: Application to a four rotors rotorcraft*, 5th IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, (IEEE ROBIO 2005), Vol. 1, pp. 160-230, Hong Kong, China June 29 - July 03 2005.
28. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H.Maaref, *Backstepping Control Technique: Application to an Under-Actuated X4-Flyer*, 1st International in Computer System Information Technology Conference, (ICSIT 2005), Vol. 1, pp. 151-156, Alger, Algeria July 19-21 2005.

29. **L.Beji**, A.Abichou, M.K.Zemalache, *Smooth control of an X4 bidirectional rotors flying robot*, 5th IEEE International Workshop on Robot Motion and Control, (IEEE RoMoCo'05), Dymaczewo, Poland, 23-25 June 2005.
30. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H.Maaref, *Tracking-control investigation of two X4-flyers*, 2nd International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, (ICINCO 2005), Spain, Vol. 2, pp. 16-23, 14-17 September 2005.
31. K.M.Zemalache, **L.Beji** and H. Maaref, *Control of an under-actuated system: Application to a four rotors rotorcraft*, 5th IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, (IEEE ROBIO 2005), Hong Kong, China June 29 - July 03, 2005.
32. **L.Beji**, A.Abichou and R.Slim, *Stabilization with motion planning of a four rotor mini-rotorcraft for terrain missions*, Fourth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, Budapest, Hungary, August, 2004.
33. **L.Beji**, A.Abichou and R.Slim, *Longitudinal and steering stabilization of an underactuated autonomous vehicle*, International IFAC Symposium on Robot Control, Waroclaw, Pologne, September, 2003.
34. A.Abichou, **L.Beji**, R.Slim, *Exponential stabilization of some equilibria of automated vehicles*, International Conference on Advanced Robotics, Coimbra, Portugal, 30 juin-1 juillet 2003.
35. **L.Beji**, A.Abichou, Y.Bestaoui, *Stabilisation of a nonlinear underactuated autonomous airship- A combined averaging and backstepping approach*, International Workshop on Robot Motion Control, Bukowy, Pologne, 2002.
36. **L.Beji** and Y.Bestaoui, *An adaptive control method of automated vehicles with integrated longitudinal and lateral dynamics in road following*, International Workshop on Robot Motion Control, ROMOCO'01, 2001.
37. **L.Beji** and M.Pascal, *Nonlinear feedback law for tracking control of dc-actuated robots*, 17th ASME Biennial Conference, DETC99/VIB-8382, LasVegas, Nevada, USA, 1999.
38. **L.Beji**, A.Abichou and M.Pascal, *Tracking Control of a Parallel Robot in Task Space*, IEEE-International Conference in Robotics and Automation, Mai 16-21, Proc. ICRA'98, Mai, Leuven, pp. 2309-2314, 1998.
39. **L.Beji**, L.Benchikh and P.Joli, *Dynamic modeling and simulation of a parallel robot control*, IEEE-SMC, Avril 1-4, Nabeul-Hammet, Tunisia, 1998.
40. **L.Beji**, A.Abichou, P.Joli and M.Pascal, *Tracking control of a parallel robot with estimated state feedback*, Proc. of 5th. IFAC-Symposium on Robot Control, Nantes, France, Sept. 3-5, pp. 437-442, 1997.
41. **L.Beji**, M.Pascal and P.Joli, *Toward a minimal dynamic model of a 6dof parallel robot*, ASME Design Technical Conferences, DETC97/VIB-4024, Sept. 14-17, Sacramento, California, 1997.
42. **L.Beji**, A.Abichou, P.Joli and M.Pascal, *Nonlinear control of a parallel robot including motor dynamics*, CISM-IFTToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, 1-4 Juillet, Udine Italie, pp. 45-52, 1996.
43. **L.Beji**, P.Joli and M.Pascal, *Dynamic study of a 6-dof and three limbs parallel manipulator*, IEEE-SMC, 9-12 juillet, Lille, France, pp. 333-338, 1996.
44. **L.Beji**, A.Abichou, P.Joli et M.Pascal, *Controller observer design for tracking control of a parallel robot*, AMSE International conference on intelligent technologies, Leon, Espagne, 5-7 juillet, pp. 151-158, 1996.

### Conférences Nationales et Européennes (avec Comité de Lecture et Actes)

45. R.Mlayeh, **L.Beji** and A.Abichou, *B-UAV tracking control integrating planned yaw and longitudinal/lateral inputs*, 3rd US-European Workshop and Competition about Micro-Aerial Vehicules, Toulouse, 2007.

46. **L.Beji** and Y.Bestaoui, *Control of integrated longitudinal and lateral dynamics of automated vehicle in road following*, Euromech'01 Sept. 24-27, ENS Cachan, France, 2001.
47. M.Daffaoui, **L.Beji**, *Optimized dynamic modelling of the X5 parallel robot*, European Mechanical Conference, Sept. 24-27, ENS Cachan, France, 2001.
48. **L.Beji**, P. Joli, A.Abichou et F.Artigue, *Dynamic analysis and control of a 6-DOF Parallel Manipulator*, Proc. of the 5th Maghrebin Symposium on the Engineering Numerical Models, Rabat, Maroc, pp.157-162, 1995.
49. **L.Beji**, M.Pascal, P. Joli, *On the kinematics and workspace study of a 6-DOF Parallel robot*, Proc. of the 3th Marocain Mechanical Congress, Tetouan, Maroc, pp.31-35, 1997.

## Chapitres dans des Livres

50. H.Maaref, K.M. Zemalache and **L.Beji**, *Self-tunable Fuzzy Inference System: A Comparative Study for a Drone*, Springer Berlin/Heidelberg, "Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing", O. Castillo, Ed.; pp.691-700, 2007.
51. **L.Beji** and A.Abichou, *Tracking Control of Automated Guided Vehicles*, Springer Verlag, "Robot Motion Control", Kozlowski, K. (Ed.), 2007.
52. R.Mlayeh, **L.Beji** and A.Abichou, *Yaw-based Control of a X4-bidirectional Flyer Planar Motion*, in Recent Advances in Control Systems, Robotics and Automation, Salvatore Pennacchio (Ed.), InternationalSAR - June 2007.
53. **L.Beji**, A.Abichou, N. Azouz, *Modeling, motion planning and control of the drones with revolving aerofoils: An outline of the XSF project*, Springer VerLag, In Robot Motion and Control Recent Developments, Kozlowski, K. (Ed.), Vol. 335, 2006, ISBN 978-1-84628-404-5.
54. Y.Bestaoui, **L.Beji**, A.Abichou, *Modelling and control of Small Autonomous Air-ships*, in "Modelling and Control of Mini-Flying Machines", Springer VerLag. Ed. P. Castillo, R. Lozano, A. Dzul, ISBN: 1-85233-957-8, 2005.

## Actes et Livres

55. **L.Beji**, S.Otmane and A.Abichou, *2nd Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation*, Proc. AIP-publisher, in "Complexe Systems", ISBN: in progress, 370 pages, 2009.
56. **L.Beji** and A.Abichou, Special issue on *Modelling and/or Control of Multi-Vehicle Formations*, Int. J. of Vehicle Autonomous Systems, in progress:  
<http://www.inderscience.com/browse/callpaper.php?callID=1158>

**Autonomie des Déplacements d'un Véhicule  
Terrestre**



## Véhicules terrestres auto-guidés: Motivation de l'étude

### 3.1 Introduction

Le travail présenté dans cette partie constitue une contribution au développement de l'autonomie d'un véhicule terrestre électrique. La poussée à l'arrière du véhicule et la commande de direction sont assurées chacune par un moteur électrique à courant continu. Les choix qui améliorent l'autonomie du véhicule sont dégagés. Les performances suivant trois stratégies de commande sont étudiées et exposées aux chapitres suivants, mettant en évidence l'identification pour aboutir aux paramètres du véhicule, l'autonomie à travers la stabilisation en un point et la conduite automatisée via le suivi de trajectoire. Cet axe s'intègre dans le groupe VASCO du laboratoire IBISC. Ma première collaboration sur le sujet a débuté en 2001-2003 avec Y. Bestaoui sur la génération des trajectoires de référence qui intègre les limites physiques de l'engin. Nous avons réussi à proposer une commande adaptative qui estime les paramètres d'un véhicule tout en prenant en compte l'état pneu-route et les forces aérodynamiques. Ma collaboration avec A. Abichou (LIM, Tunisie) a débuté en 2003-2006 par la proposition de deux sujets de Mastère recherche de l'*Ecole Polytechnique de Tunisie* pour R. Slim et H. Ben Aissa. Le premier sujet a traité la stabilité de plusieurs variétés d'équilibres aidant au stationnement d'un véhicule. Alors que dans le deuxième sujet, on a progressé notre étude vers le suivi de route présentant plusieurs courbures en tenant compte de deux orientations; tangage et roulis, qui sont aussi un facteur de confort. Les deux sujets de Mastère sont évoqués dans la partie *Encadrement de la recherche* du CV. Mes contributions à ce sujet de recherche ont été concrétisées par sept références (voir publications); [26](Journal Int.), [32] [24] [1] [20] (Conf. Int.), [21](Conf. Nat.)

et [35] (chapitre de livre). Une présentation détaillée sur les principaux résultats obtenus fera l'objet du chapitre suivant.

### 3.2 Autonomie d'un véhicule: motivation

Les voitures ne sont pas les facteurs les plus dangereux sur la route, alors que les conducteurs le sont. Un aperçu que chaque automobiliste est susceptible de détecter par rapport aux autres usagers de la route. D'où l'idée de rendre la tâche de conduite à des automates. Ainsi, une voiture devrait évoluer seule, éviter d'autres voitures, éviter des embouteillages, s'arrêter aux croisements et suivre un marquage au sol. L'importance du véhicule dans la vie quotidienne a fait de cet engin l'un des centres d'intérêt majeurs des scientifiques et cela pour des raisons aussi bien pratiques que théoriques. Le comportement du véhicule qui se traduit par un modèle sous-actionné non linéaire fait que l'étude du problème de la commande est l'un des sujets forts. L'assistance actuelle à la conduite qui équipe certaines voitures, ne rend pas ce dernier entièrement autonome. Je cite à titre d'exemple, le système antiblocage *ABS* et le correcteur électronique de trajectoire *ESP*, bien qu'ils s'activent pour aider le conducteur à maîtriser les fausses manoeuvres, ces éléments nous ne privent d'un éventuel accident. L'objectif est de rendre un véhicule autonome ou semi-autonome afin de fluidifier la circulation dans le cas d'un encombrement de la circulation routière. Dans ce cas de figure, on peut activer un bouton et le conducteur sera considéré comme un simple passager de son véhicule. A travers cette autonomie, nous pourrions apporter une solution aux problèmes liés à l'environnement. Ainsi, les accélérations et les décélérations non nécessaires, facteurs sensibles de la pollution et de la consommation du carburant, pourront être maîtrisées à travers une conduite automatisée. Finalement, l'adaptation de l'infrastructure routière devrait être aussi envisageable pour la réussite d'une route automatisée.

### 3.3 Fondements scientifiques

L'objectif de notre travail sur les véhicules autonomes est d'apporter une solution, aux problèmes de stationnement, à la poursuite d'une route de forme complexe (plus de courbure) et au confort des passagers. Tout ceci devrait se dérouler sans intervention humaine. Ainsi, le véhicule est considéré

sans conducteur. Une première analyse mécanique montre que ce système, avec ou sans conducteur, présente six degrés de libertés tout en préservant le contact avec le sol. Les liaisons équipant cet engin sont de type rigides, semi-rigides ou élastiques, sans oublier les formes non régulières des pneus, les charges variables à transporter, etc. L'état de la route associé aux actions du système de conduite (avec ou sans conducteur) donneront naissance à d'autres variables internes pouvant intervenir à tout moment pour perturber le comportement du véhicule même à faible vitesse. Je cite à titre d'exemple le glissement à l'avant (couramment) et le glissement à l'arrière, si la motricité est à l'arrière.

L'étude que nous avons menée sur les véhicules a, dans un premier temps, consisté à trouver un modèle efficace du comportement du véhicule. Vue l'analyse précédente, ce modèle ne doit pas se limiter à la cinématique du véhicule. Si on veut se rapprocher de la réalité, un modèle traduisant le comportement de la dynamique est nécessaire. Cependant, le fait d'associer la cinématique à la dynamique du véhicule rend l'analyse robuste (modèle présenté au chapitre suivant). Une fois le modèle élaboré, il est nécessaire de le transformer pour qu'il soit adéquat à la commande, et de définir par conséquent, les paramètres qui interviennent dans l'automatisation de l'engin.

Une difficulté souvent rencontrée quand on s'attaque au problème de la commande, c'est la non stabilisation par un retour d'état continu dépendant seulement de l'état [?, ?, 53]. En effet, ces systèmes ne remplissent pas les conditions nécessaires de Brockett [37]. Certains auteurs ont pu surmonter cette difficulté en déterminant quelques commandes instationnaires satisfaisant les problèmes de la commande. On peut citer par exemple R. Outbib et A. Rachid [73] qui ont présenté une approche non linéaire pour contrôler le véhicule en vitesse, ainsi que notre travail avec A. Abichou [?, ?] où l'on a proposé une commande explicite dépendant de l'état et du temps. Sans aucune restriction sur le modèle et pour des chemins complexes, avec Y. Bestaoui [?, 26], j'ai proposé une commande adaptative qui intègre les comportements longitudinal et latéral d'un véhicule auto-guidé. L'application de la commande adaptative a permis d'identifier le jeu des paramètres qui affectent la dynamique. On peut citer P.A.Shavrin [2] qui a découvert une ressemblance entre le comportement chaotique du véhicule et la formulation de Lorenz en physique.

Suite aux difficultés présentées précédemment, C. Samson [67] a révélé qu'un retour d'état instationnaire continu peut stabiliser des systèmes alors que les commandes stationnaires continues n'y parviennent pas. Ceci a été confirmé par les résultats de Coron [53] qui montre qu'un système, localement contrôlable pendant une courte durée, peut être stabilisé par une commande instationnaire continue. Dans [68], un retour d'état continue instationnaire a été établi tout en utilisant la théorie de la variété centrale, la moyennisation et les techniques de Lyapunov. Cependant, dans la pratique ces lois instationnaires de commande sont difficilement maîtrisables en régime transitoire. En effet, la réponse du système présente des oscillations avant sa stabilisation.

Dans le but d'améliorer le freinage d'une voiture, dans [?, ?], on a proposé deux commandes instationnaires continues qui assureront respectivement la stabilité locale exponentielle et asymptotique, ceci étant pour un modèle longitudinal et un modèle latéral-longitudinal d'un véhicule. Le sous-actionnement, les non linéarités et la non-holonomie ont été mis en évidence lors de l'élaboration de la loi de commande. Cette technique, inspirée de M'Closkey [71, 72], est le résultat d'une combinaison des propriétés d'homogénéisation, de moyennisation et les techniques de Lyapunov. Pour atteindre ces objectifs, le principe de cascade, établi pour des systèmes homogènes de degré zéro, a été proposé.

### 3.4 Conclusion

Rappelons que nous sommes face à un problème non-holonôme (équations de la cinématique non intégrables), ceci étant le cas pour la plupart des robots mobiles à roues). De même, le fait que la dimension de l'espace des configurations d'un système non-holonôme soit strictement supérieure au nombre de degrés de liberté est la source d'une plus grande difficulté dans la commande, ceci malgré la stabilité naturelle de certaines variables de l'état; angles de roulis et tangage bornés et amortis à travers un système d'amortissement. Ainsi, la transposition des techniques classiques de commande des systèmes linéaires, pour la réalisation d'objectifs de commande élémentaires constitue une alternative viable dans la pratique, ceci au détriment d'une performance souhaitée par l'application. Le caractère fondamentalement non-linéaire de ce type de système nécessite le recours à des techniques de commande se démarquant profondément des méthodes classiquement utilisées dans le cadre des

systèmes linéaires ou linéarisables et l'écartement d'une démarche théorique impliquant un retour d'état continu fonction uniquement de l'état du système.



## Stabilisation et poursuite de trajectoire d'un VTA

### 4.1 Introduction

Les fondements scientifiques sur ce travail ont été présentés au chapitre précédent. Dans ce chapitre, je résume mes résultats à travers les trois grandes lignes suivantes:

- Planification de trajectoire sous contraintes et identification des paramètres d'un VTA,
- Stabilisation longitudinale et de direction d'un VTA,
- Commande pour le suivi d'une trajectoire de référence d'un VTA.

L'intérêt de notre démarche est d'étudier un procédé de commande d'un véhicule terrestre autonome qui met en oeuvre deux commandes; une poussée à l'avant et/ou à l'arrière du véhicule et une direction automatisée. Nous travaillons sous les hypothèses suivantes: La conception et le dimensionnement des composantes des transmissions et de puissance mécaniques du véhicule sont déterminées. La conception des transmissions de puissance hydro-dynamiques, hydro-mécaniques et électriques du véhicule est pré-définie ainsi que son système de freinage. La voiture est suffisamment dotés de dispositifs sensoriels (GPS, centrale inertielle,...). En effet, pour la mise en oeuvre, la commande de direction nécessite d'utiliser un récepteur GPS et un gyroscope inertielle. Les résultats sont testés en simulation sur un simulateur réalisé sous Matlab.

### 4.2 Planification de trajectoire et commande adaptative d'un VTA

Comme première étape, les modèles cinématique et dynamique sont intégrés dans la planification de mouvement, en considérant le rayon de la

courbure connu. Le chemin est spécifié par sa géométrie par une fonction:  $F(s) \in \mathbb{R}_2$ ,  $s \in [0, L]$ , et le mouvement est défini par la fonction  $s(t)$ ,  $t \in [0, T_f]$ , où  $L$  est la longueur du chemin et  $T_f$  est le temps utile à l'exécution d'un mouvement. Un travail étendu sur le calcul de la géométrie du chemin pourrait être trouvé dans [87], [79], [95], [96], [76]. Cependant, peu d'attention a été accordée au choix d'un mouvement optimal. Pour la partie temporelle de la trajectoire, la plupart de contrôleurs emploient un profil trapézoïdal de vitesse. Cette méthode sert seulement à suivre les lignes droites avec une vitesse constante. Dans notre cas de figure, la vitesse optimale est déterminée le long du chemin spécifié avec une courbure connue, telle qu'une ligne droite, un arc de cercle, un clothoïde ou une spirale cubique [45].

Dans la seconde étape, on introduit les résultats de la commande adaptative conduisant à deux algorithmes : le premier a conduit à l'identification des paramètres géométriques et dynamiques et le second assure la commande de suivi. La méthode proposée intègre à la fois la dynamique longitudinale et latérale du véhicule, les effets aérodynamiques et le glissement des roues à l'avant. On néglige l'orientation des roues arrières et on suppose qu'aucun glissement à l'arrière du véhicule ne se produira. De plus, on considère que le mouvement est plan, ce qui se traduit par la non prise en compte du roulis et du tangage. Plus de détails sur le principe de la commande adaptative sont dans le livre de Kristic [99].

On considère par la suite les notations conventionnelles suivantes :  $V = (u \ v \ w)^T$  définit la vitesse linéaire et  $\Omega = (p \ q \ r)^T$  est la vitesse angulaire. Le modèle non linéaire traité est d'ordre six et se présente sous la forme suivante (figures 4.1-4.3)

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= v \cos(\psi - \beta); \quad \dot{y} = v \sin(\psi - \beta); \quad \dot{\psi} = r \\
\dot{\beta} &= r - \frac{1}{mv} \{ (F_r - F_{ad}) \sin \beta + F_f \sin(\delta + \beta) \\
&\quad + F_{as} \cos(\delta + \beta) + R_{as} \cos \beta \} \\
\dot{r} &= \frac{1}{I} \{ F_{as} l_v \cos \delta - R_{as} l_h \} \\
\dot{v} &= \frac{1}{m} \{ (F_r - F_{ad}) \cos \beta + F_f \cos(\delta + \beta) \\
&\quad - F_{as} \sin(\delta + \beta) - R_{as} \sin \beta \} \\
v &= \| \mathbf{V} \|
\end{aligned} \tag{4.1}$$

où  $\| \cdot \|$  désigne la norme Euclidienne et  $w = p = q = 0$  quand le mouvement est plan. La force aérodynamique sur une roue avant est  $F_{as}$  et celle sur la roue arrière est  $R_{as}$ , leurs expressions sont données par [100] :

$$F_{as} = \frac{\Gamma_{vm}}{\alpha_{vm}} \left( \beta - l_v \frac{\dot{\psi}}{v} + \delta \right) \tag{4.2}$$

$$R_{as} = \frac{\Gamma_{hm}}{\alpha_{hm}} \left( \beta + l_h \frac{\dot{\psi}}{v} \right) \tag{4.3}$$

La force aérodynamique frontale est telle que :

$$F_{ad} = \frac{1}{2} C A \rho v^2 \tag{4.4}$$

On néglige la force aérodynamique s'exerçant sur l'arrière du véhicule (voir figure 4.1) et on montre sur la figure 4.2 les forces agissant sur le véhicule ainsi que les autres variables.

Le coefficient aérodynamique résistant  $C$ , la densité atmosphérique  $\rho$  et la section à l'avant du véhicule  $A$  ont été introduites. Le terme  $\Gamma_{h,v}/\alpha_{h,v}$  représente la courbe caractéristique des pneus, avec  $\Gamma_{vm} = \max(\Gamma_v)$  et  $\alpha_{vm} = \max(\alpha_v)$ , etc. La figure 4.3 montre que  $\Gamma_v$  et  $\Gamma_h$  sont déterminées par la même caractéristique décrivant l'argument de la force latérale. On remarque que pour des valeurs de l'argument plus petites que  $\alpha_{vm}$ , une relation linéaire de la force latérale peut être adoptée. Dans le cas contraire (valeur de l'argument supérieure à  $\alpha_{vm}$ ), la force latérale est dégressive. Plus de détails sont données dans [100].

**Remarque 2** . *Les sources de non linéarité sont d'ordre trois: la présence des produits entre les variables dans la dynamique, la présence des fonctions*

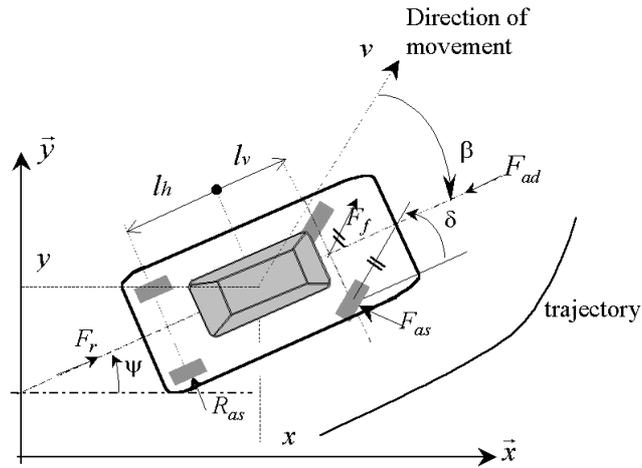


Fig. 4.1. Paramétrisation du véhicule auto-guidé

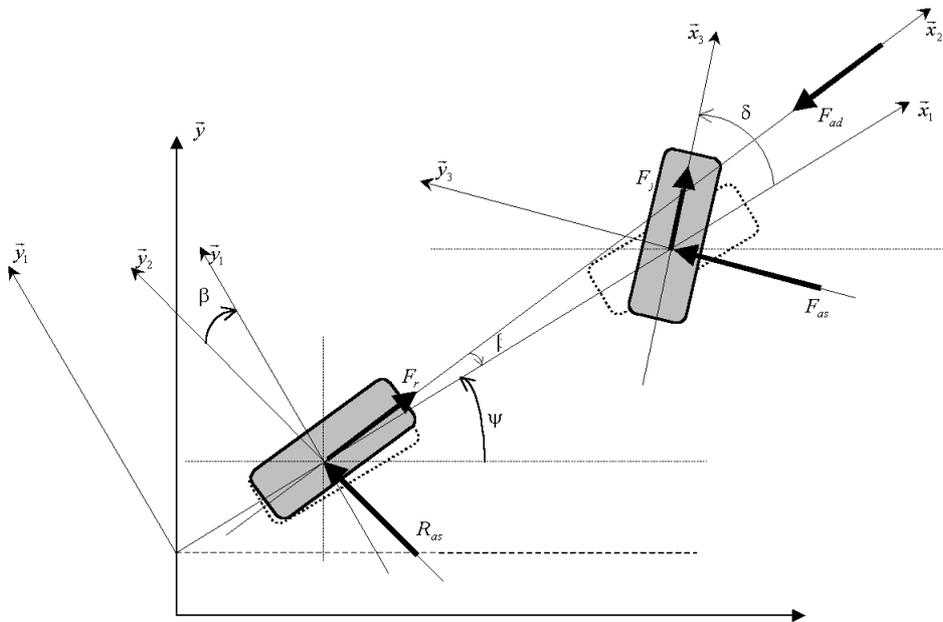
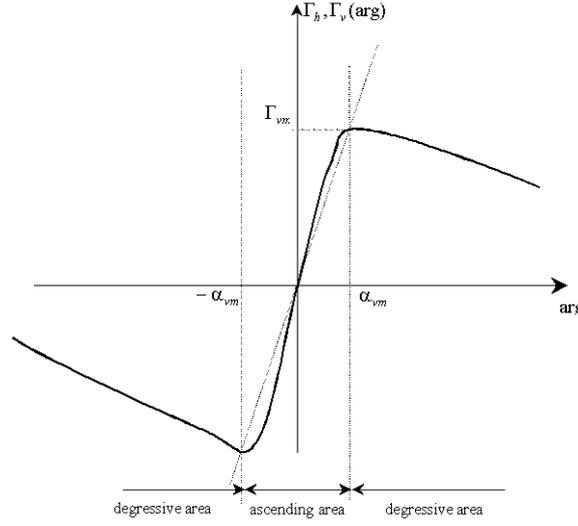


Fig. 4.2. Représentation des forces appliquées sur le véhicule

trigonométriques et l'allure non linéaire des forces sur les pneus. Dans la littérature, ces non linéarités sont négligées (voir [100], [101]). Dans notre cas d'étude, l'orientation et l'angle de glissement des roues avant sont petites. Le modèle d'étude intègre les interactions des forces longitudinales et latérales sur les pneus.

Sachant que les roues arrières sont actionnées par un couple ( $r_{ad}$  est le rayon de la roue), on peut écrire



**Fig. 4.3.** Courbe caractéristique des pneus [100]

$$\tau_r = F_r r_{ad} \quad (4.5)$$

De même, en introduisant l'angle de direction des deux roues avant (supposé identique), le couple de direction est tel que

$$\tau_b = \frac{1}{n} I_{d\omega} \ddot{\delta} + \frac{1}{n} f_w \dot{\delta} \quad (4.6)$$

$\tau_b$  est le couple de direction,  $n$  le rapport de réduction,  $I_{d\omega}$  est le moment d'inertie autour de l'axe de la roue et  $f_w$  le coefficient de frottement visqueux. On exclut ici la direction différentielle (angle de direction différent sur les deux roues). Dans Pilutti [102], l'auteur présente le cas d'une direction différentielle. Notons la dépendance forte à l'égard de  $v^2$  des forces aérodynamiques. La rotation de la colonne de direction est assurée par un moteur électrique à courant continu (disponible sur certains véhicules standard).

Pour un moteur électrique à courant continu à flux d'excitation constant, le couple est proportionnel au courant d'armature  $J$ . Ainsi la dynamique du moteur peut être caractérisée sous une forme matricielle. Soit

$$\begin{aligned} u &= L\dot{J} + RJ + K\dot{y} \\ \tau &= KJ \end{aligned} \quad (4.7)$$

avec  $\dot{y} = (v \ \omega)^T$ ,  $\omega = \dot{\delta}$  et  $\tau = (\tau_r \ \tau_b)^T$ . De plus,  $L$ ,  $R$  et  $K$  sont  $(2 \times 2)$  matrices régulières qui représentent respectivement l'inductance, la résistance et la constante couple du moteur.  $u$  est le vecteur tension électrique. Les

différentes transmissions sont supposées rigides et ne souffrent pas du jeu de denture ou de flexibilité.

#### 4.2.1 Génération de mouvement

Sachant que la vitesse  $v$  dépend de la courbure de la route, l'idée fondamentale de cette génération de mouvement est de considérer ce rapport non seulement dans le modèle cinématique mais également dans la dynamique du véhicule. Soit  $s$  l'abscisse curviligne du véhicule, alors  $v = ds/dt$ . L'orientation  $\psi$  est donnée par

$$\cos(\psi(s)) = \frac{dx}{ds}; \quad \sin(\psi(s)) = \frac{dy}{ds} \quad (4.8)$$

Le rayon de la courbure  $\kappa(s)$  est calculé à partir de

$$\kappa(s) = \frac{d\psi}{ds} = \frac{1}{v(t)} \frac{d\psi}{dt} \quad (4.9)$$

Nous supposons que le modèle de la trajectoire de référence est parfait et la situation est idéale (sans glissement dans la référence). Ainsi le modèle de la dynamique peut être exprimé sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos\psi; & \dot{y} &= v \sin\psi \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{mv} (F_{as} \cos\delta + R_{as}) \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{I} \{F_{as} l_v \cos\delta - R_{as} l_h\} \\ \dot{v} &= \frac{1}{m} (F_r - F_{ad} - F_{as} \sin\delta) \end{aligned} \quad (4.10)$$

avec

$$F_{as} = \frac{\Gamma_{vm}}{\alpha_{vm}} (\delta - l_v \kappa); \quad R_{as} = \frac{\Gamma_{hm}}{\alpha_{hm}} (l_h \kappa); \quad F_{ad} = \frac{1}{2} \rho C A v^2 \quad (4.11)$$

où l'angle de glissement de référence  $\beta$  et la vitesse  $\dot{\beta}$  sont nuls et la force frontale est négligée. Pour des raisons géométriques, on déduit

$$\dot{\psi} = \frac{v}{l_v} \tan(\delta) \quad (4.12)$$

Dans le plan de phase et pour une référence donnée, en utilisant les relations ci-dessus (4.8 - 4.12), les équations de mouvement s'expriment par

$$\begin{aligned}\dot{s} &= v \\ \dot{v} &= f_0(s, v) + f_1(s)F_r\end{aligned}\quad (4.13)$$

avec  $f_0(s, v) = \frac{1}{m}(-(\frac{1}{2}CA)v^2 + \frac{F_{hm}}{\alpha_{hm}}l_h l_v \kappa^2(s))$  et  $f_1(s) = \frac{1}{m}$ .

La conception de la trajectoire de référence est essentiellement un problème d'optimisation. La génération de la trajectoire en temps minimal a été résolue d'un certain nombre de manières en suivant l'approche habituelle, c.-à-d. les limites sur la vitesse et l'accélération sont prises en compte comme des contraintes. Afin de permettre au véhicule de se déplacer dans toutes les conditions, cette dernière est générée par la limite supérieure de toutes les accélérations de fonctionnement. Ceci implique que les possibilités du véhicule ne peuvent pas être utilisées si on adopte une approche conventionnelle. Dans notre étude, nous avons introduit le cas le plus réaliste au niveau des contraintes, à savoir la limitation sur le courant et sa variation et la saturation des vitesses. Le problème d'un mouvement en temps minimal peut être formulé généralement de la manière suivante: - réduire au minimum le temps total du mouvement  $T_f$  tel que:

$$\dot{s} = v; \quad \dot{v} = f_0(s, v) + f_1(s)F_r \quad (4.14)$$

et où  $|J| \leq J_{max}$ ,  $|\frac{dJ}{dt}| \leq dJ_{max}$ ,  $|v| \leq V_{max}$ .  $V_{max}$  est la vitesse maximale,  $J$  est le courant,  $J_{max}$  représente le courant maximal et  $dJ_{max}$  est sa variation maximale. Les conditions aux limites sont:  $s(0) = 0$ ,  $v(0) = 0$ ,  $s(T_f) = L$  et  $v(T_f) = 0$ .  $(F_r)_{max}$  représente la force maximale produite par le moteur. A partir des résultats dans [98], la contrainte sur le courant est équivalente à celle imposée sur le couple et peut être transformée aussi en une contrainte sur l'accélération. Dans le plan de phase, on obtient

$$\ddot{s}_{min}(s, v) \leq \ddot{s} \leq \ddot{s}_{max}(s, v) \quad (4.15)$$

où

$$\ddot{s}_{min}(s, v) = \begin{cases} -(F_r)_{max} - \frac{f_0(s, v)}{f_1(s)} & \text{si } f_1(s) > 0 \\ -\infty & \text{si } f_1(s) = 0 \\ (F_r)_{max} - \frac{f_0(s, v)}{f_1(s)} & \text{si } f_1(s) < 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\ddot{s}_{max}(s, v) = \begin{cases} (F_r)_{max} - \frac{f_2(s, v)}{f_1(s)} & \text{si } f_1(s) > 0 \\ +\infty & \text{si } f_1(s) = 0 \\ -(F_r)_{max} - \frac{f_0(s, v)}{f_1(s)} & \text{si } f_1(s) < 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

La valeur maximale admissible de la vitesse est obtenue pour  $\ddot{s}_{max} = \ddot{s}_{min}$ . Ce qui permet d'avoir  $v_{max}(s)$  tenant compte de la limitation mécanique sur la vitesse. La résolution de ces équations fait appel à une intégration ascendante et descendante. Ces équations laissent construire dans l'espace d'état  $(s, v)$  une région non admissible. Une région pour laquelle les entrées appropriées, gardant le véhicule sur la trajectoire, ne sont pas solutions du problème. Les inégalités (4.15) sont employées comme outil d'analyse, vérifiant a posteriori que la trajectoire calculée est admissible.

Par la suite, on propose une méthode pratique de résolution quand le modèle est supposé parfait et qui se base sur le principe du maximum de Pontryagin. Supposons que l'accélération est constante durant un intervalle de temps, alors l'accélération est donnée par

$$a_k = \frac{v_k^2 - v_{k-1}^2}{2\delta}; \quad \delta_s = s_k - s_{k-1} \quad (4.18)$$

Par exemple, dans l'intégration vers l'avant,

$$v_{k+1}^2 = 2\delta_s(f_0(s_k, v_k) \pm (F_r)_{max}f_1(s_k, v_k)) + v_k^2 \quad (4.19)$$

**Remarque 3 .** *La vitesse à l'itération  $k + 1$  dépend de celle obtenue à l'itération  $k$ , de la courbure du chemin, du courant moteur et des paramètres du véhicule. Quand l'égalité en vitesses (4.19), calculée avec l'intégration ascendante et descendante est obtenue, ceci est considéré comme étant le temps de commutation. Les accélérations sont obtenues à partir de (4.13). Pour chaque  $s$ , la courbure du chemin et sa dérivée sont connues. La caractéristique de cette technique de génération de mouvement est que l'abscisse curviligne  $s$  est la variable, alors que le temps  $t$  est une fonction de  $s$ . D'autres méthodes sub-optimales peuvent être employées, comme les fonctions polynômes et la courbe sinusoidale, qui fournissent un degré plus élevé de continuité.*

Les résultats obtenus précédemment vont servir pour identifier les paramètres géométriques et dynamiques pour des trajectoires pré-définies. Nous proposons comme technique de poursuite et d'identification robuste une commande non linéaire de type adaptative.

### 4.2.2 Une commande adaptative pour l'estimation des paramètres du véhicule

L'intérêt pour la commande adaptative des systèmes non-linéaires a été suscité par des avancées principales dans la théorie de la géométrie différentielle. Une étude complète de cette théorie est donnée par Kristic [99]. Le problème de la commande adaptative formulé, se résume par la recherche d'une loi de contrôle qui réalise la poursuite d'une trajectoire de référence avec des incertitudes paramétriques constantes dans le modèle. En fait, il n'est pas facile de mesurer certains paramètres physiques tels que les paramètres aérodynamiques, les paramètres décrivant les forces dans les directions longitudinales et latérales, les frottements et le moment d'inertie de la roue de direction autour de son centre de masse. Nous réécrivons le modèle de la cinématique-dynamique du véhicule combiné avec la dynamique des actionneurs sous forme linéaire vis-à-vis des paramètres à identifier. En suite nous construisons une loi pour la poursuite et une loi d'adaptation pour les paramètres du véhicules. Nous montrons que les deux lois combinées assureront la stabilité du véhicule sur la trajectoire de référence. Soit le système suivant (4.20):

$$\begin{aligned} N(y)\ddot{y} + Z(y, \dot{y}) &= \tau \\ \dot{\tau} &= K_{dc}\dot{y} + R_{dc}\tau + L_{dc}u \end{aligned} \quad (4.20)$$

où  $y = (s \ \delta)^T$ ,  $\dot{y} = (v \ \omega)^T$ ,  $\ddot{y} = (\dot{v} \ \dot{\omega})^T$  et  $\tau = (\tau_r \ \tau_b)^T$ .  $u$  étant l'entrée en tension du système. Les paramètres  $L_{dc}$ ,  $R_{dc}$  et  $K_{dc}$  sont fonctions des caractéristiques des moteurs [?]:  $K_{dc} = -L^{-1}K^2$ ,  $R_{dc} = -L^{-1}R$  et  $L_{dc} = L^{-1}K$ . La matrice constante  $N(y)$  est fonction des paramètres inertiels du véhicule.

$$N(y) = \begin{pmatrix} r_{ad}m + \frac{1}{r_{ad}}(I_r + I_f) & 0 \\ 0 & \frac{1}{n}I_{dw} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

et le vecteur  $Z(y, \dot{y})$  est donné par

$$Z(y, \dot{y}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}r_{ad}\rho C A v^2 + r_{ad}m v(\dot{\beta} - \dot{\psi}) \cot \delta \\ + r_{ad}F_{as} \cot \delta \cos \delta + r_{ad}R_{as} \cot \delta \\ \frac{1}{n}f_w \omega \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Le vecteur  $(7 \times 1)$  suivant regroupe les paramètres à identifier à l'aide d'une procédure d'identification adaptative.

$$\theta = \begin{pmatrix} r_{ad}m + \frac{1}{r_{ad}}(I_r + I_f) \\ \frac{1}{2}r_{ad}CA\rho \\ r_{ad}m \\ r_{ad}\frac{\Gamma_{vm}}{\alpha_{vm}} \\ r_{ad}\frac{\Gamma_{hm}}{\alpha_{hm}} \\ \frac{1}{n}I_{dw} \\ \frac{1}{n}f_{\omega} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Le modèle d'adaptation prend la forme compacte suivante

$$\phi(y, \dot{y}, \ddot{y})\theta = \tau = \tau_d + e_{\tau} \quad (4.24)$$

La matrice  $\phi(\cdot)$  est donnée par

$$\phi(y, \dot{y}, \ddot{y})^T = \begin{pmatrix} \dot{v} & 0 \\ \frac{1}{2}v^2 & 0 \\ v(\dot{\beta} - \dot{\psi}) \cot \delta & 0 \\ (\beta - l_v \frac{\dot{\psi}}{v} + \delta) \cot \delta \cos \delta & 0 \\ (\beta + l_h \frac{\dot{\psi}}{v}) \cot \delta & 0 \\ 0 & \dot{\omega} \\ 0 & \omega \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

$\tau_d = (\tau_{rd} \ \tau_{bd})^T$  est le couple de référence.  $e_{\tau} = \tau - \tau_d$  est l'erreur en couple, générée par la dynamique des actionneurs, considérée comme une perturbation affectant la dynamique du véhicule. Cette erreur est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\tau} &= -\dot{\tau}_d + \dot{\tau} \\ &= -\dot{\tau}_d + K_{dc}\dot{y} + R_{dc}\phi(y, \dot{y}, \ddot{y})\theta + L_{dc}u \end{aligned} \quad (4.26)$$

L'objectif de la commande en tension  $u$  est d'assurer  $(e_{\tau}(t) \rightarrow 0, y \rightarrow y_d$  quand  $t \rightarrow \infty$  (temps)).

Dans la suite, on introduit l'erreur de poursuite:  $\tilde{y} = y_d - y$ , où  $y_d = (s_d \ \delta_d)^T$ ,  $s_d$  est l'abscisse curviligne de référence et  $\delta_d$  est l'angle de direction de référence. L'erreur d'adaptation est  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$  où  $\hat{\theta}$  est l'estimé de  $\theta$ . On

introduit  $z_y = \dot{\tilde{y}} + \Lambda \tilde{y}$  avec  $\Lambda = \Lambda^T > 0$ .

Les résultats sur la loi d'adaptation sont regroupés dans le théorème suivant.

**Theorem 4.1.** *Le modèle longitudinal-latéral paramétrique du véhicule auto-guidé actionné par des moteurs à courant continu donné par (4.24,4.26), à savoir*

$$\begin{aligned}\phi(y, \dot{y}, \ddot{y})\theta &= \tau_d + e_\tau \\ \dot{e}_\tau &= -\dot{\tau}_d + K_{dc}\dot{y} + R_{dc}\phi(y, \dot{y}, \ddot{y})\theta + L_{dc}u\end{aligned}$$

avec la commande de référence en couple  $\tau_d$

$$\tau_d = \phi_r \hat{\theta} + K_p \tilde{y} + K_v \dot{\tilde{y}} \quad (4.27)$$

et l'entrée de commande en tension

$$u = -L_{dc}^{-1} \left( \Lambda_\tau e_\tau + f(e_\tau) + R_{dc} \phi_r \hat{\theta} + R_{dc} (K_p \tilde{y} + K_v \dot{\tilde{y}}) \right) \quad (4.28)$$

où  $K_p = K_p^T > 0$ ,  $K_v = K_v^T > 0$ ,  $\Lambda_\tau = \Lambda_\tau^T > 0$ ,

et la loi d'adaptation

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \phi_r^T (\dot{\tilde{y}} + \Lambda \tilde{y}) \quad (4.29)$$

est asymptotiquement stable dans le sens  $\tilde{y} \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .  $\Gamma = \Gamma^T > 0$ .

De plus,  $\hat{\theta} \rightarrow \theta$  et  $\tau_d \rightarrow \tau$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

**Preuve.** Je donne un bref aperçu de la démonstration. Plus de détails sont dans [?]. La fonction de Lyapunov candidate prise en compte est la suivante:

$$V = \frac{1}{2} z_y^T N(\theta) z_y + \frac{1}{2} \tilde{y}^T (K_p + \Lambda K_v) \tilde{y} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} + \frac{1}{2} e_\tau^T e_\tau \quad (4.30)$$

Notons que  $N(y, \theta)$  dépend uniquement de  $\theta$ . Ainsi, sa dérivée par rapport au temps est égale à zéro. La dérivée par rapport au temps de  $V_x(\cdot)$  est donnée par:

$$\dot{V} = -\tilde{y}^T \Lambda K_p \tilde{y} - \dot{\tilde{y}}^T K_v \dot{\tilde{y}} - e_\tau^T \Lambda_\tau e_\tau \leq 0 \quad (4.31)$$

■

### 4.2.3 Résultats de simulation

Plusieurs résultats de simulation ont été obtenus sur les caractéristiques réelles d'un véhicule auto-guidé, proposé dans [101]. Les paramètres qui ont servi à ce travail sont  $m = 1000Kg$ ,  $I = 1210Kgm^2$ ,  $l_v = 0.87m$  et  $l_h = 1.29m$ . Les deux moteurs sont identiques:  $R = 10\Omega$ ,  $L = 10^{-3}H$ ,  $K = 1Nm/A$ ,  $n = 1$ ,  $I_{max} = 10A$ ,  $dI_{max} = 10000A$  et  $v_{max} = 25ms^{-1} = 90Kmh^{-1}$ .

La trajectoire de référence utilise l'algorithme d'optimisation présenté ci-dessus. On suppose qu'on connaît les coefficients aérodynamiques et les paramètres de contact route-pneu. La longueur du chemin à parcourir est prise égale à  $10m$ . On prend comme conditions initiales:  $e_\tau(0) = 0$ ,  $z_y(0) = 0$ ,  $\tilde{y}(0) = 0$  et  $\tilde{\theta}(0) = 0$ .

Les trajectoires de références suivantes ont été testées.

- Une ligne droite de courbure  $\kappa(s) = 0$  : figures 4.4,4.5
- Un arc de cercle de courbure  $\kappa(s) = 0.5$  : figure 4.6,4.7
- Un clothoïde de courbure  $\kappa(s) = 0.5s$  : figure 4.8,4.9

Les performances de la commande adaptative proposée ont été évaluées dans un premier temps, selon un arc de cercle et une ligne droite. Les paramètres du contrôleur sont  $K_p = 2I_{2 \times 2}$ ,  $K_v = I_{2 \times 2}$ ,  $\Lambda = 0.5I_{2 \times 2}$ ,  $\Gamma = 0.5I_{2 \times 2}$  and  $\Lambda_\tau = I_{2 \times 2}$ .  $I_{2 \times 2}$  est la matrice identité. Tandis que pour le clothoïde on a:  $K_p = 10I_{2 \times 2}$  and  $K_v = 10I_{2 \times 2}$ . Sur chaque figure apparaît 12 schémas.

- la trajectoire ( $y$  en fonction de  $x$ ) et les onze restant sont fonctions du temps, à savoir
  - erreurs de position ( $x - x_d$  ;  $y - y_d$ )
  - vitesse de référence et réelle sur la trajectoire ( $v$ ,  $v_d$ )
  - accélération de référence et réelle sur la trajectoire ( $\dot{v}$ ,  $\dot{v}_d$ )
  - variation des accélérations 'jerks' ( $\ddot{v}$ ,  $\ddot{v}_d$ )
  - tension de commande  $u$
  - variation de l'angle de direction ( $\delta$ ,  $\delta_d$ )
  - vitesse angulaire réelle et référence ( $\omega$ ,  $\omega_d$ )
  - couple longitudinal de référence  $\tau_{rd}$
  - couple de direction de référence  $\tau_{bd}$
  - variation des trois paramètres estimés  $\hat{\theta}_2$ ,  $\hat{\theta}_4$  and  $\hat{\theta}_5$
  - dérivées par rapport au temps de ces paramètres  $\dot{\hat{\theta}}_2$ ,  $\dot{\hat{\theta}}_4$  et  $\dot{\hat{\theta}}_5$

|                  | ligne droite | arc de cercle | clothoïde      |
|------------------|--------------|---------------|----------------|
| $\hat{\theta}_1$ | 1200         | 1200          | 1200           |
| $\hat{\theta}_2$ | 349.58       | 349.06        | 349.00(292.26) |
| $\hat{\theta}_3$ | 200          | 200           | 200            |
| $\hat{\theta}_4$ | 0.02         | -15.15        | -49.67(-48.71) |
| $\hat{\theta}_5$ | 398.3        | 398.56        | 398.67(402.04) |
| $\hat{\theta}_6$ | 30.0         | 30.0          | 30.0           |
| $\hat{\theta}_7$ | 0.001        | 0.001         | 0.001          |

**Table 4.1.** Paramètres estimés du véhicule auto-guidé.

Pour les trois cas de routes, on obtient les résultats suivants. Les valeurs indiquées entre parenthèses (tableau 4.2.3) suivent la variation du gain du contrôleur, et ceci est afin d'assurer une bonne poursuite de la route type clothoïde. En considérant des gains contrôleur identiques pour toutes les courbures, seulement  $\hat{\theta}_4$  change. Comme résultat, les coefficients aérodynamiques et les paramètres arrières de contact route-pneu semblent être constants vis-à-vis de la courbure de la route, alors que les paramètres avants de contact route-pneu dépendent considérablement de la courbure de la route. Les valeurs de  $\hat{\theta}_4$ , qui désigne le paramètre aérodynamique, sont importantes pour le chemin de type clothoïde. Ce paramètre dépend de l'allure du chemin. Une recherche plus appropriée devrait être faite tout en considérant des tests réels sur le véhicule. L'entrée de commande en tension est limitée à  $\pm 100\text{volt}$ , ce qui respecte les limitations physiques des actionneurs. Les performances du contrôleur adaptatif sont prouvées via les allures des erreurs de poursuite  $x - x_d$  et  $y - y_d$  qui convergent vers zéro pour un temps fini. Ainsi, la loi de commande adaptative proposée assure le cheminement du véhicule même si la connaissance de ses paramètres n'est pas parfaite. Cependant, la procédure d'adaptation devrait être étudiée davantage pour la courbe caractéristique des pneus variant avec le temps.

#### 4.2.4 Analyses et commentaires

L'analyse de la trajectoire de référence et son intégration dans les modèles du véhicule permet d'identifier le comportement cinématique-dynamique de référence sur cette même trajectoire. Pour aborder ce chemin, les limites physiques du véhicule intégrant la dynamique des actionneurs, sont à tester. Nous avons obtenu des résultats intéressants en terme de poursuite

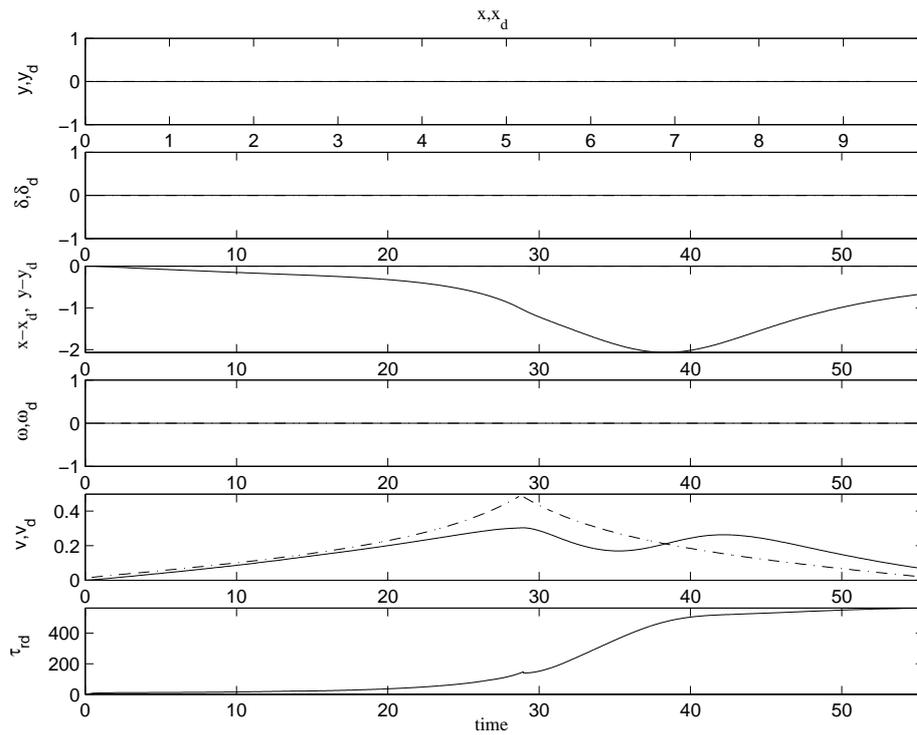


Fig. 4.4. Suivi d'une ligne droite du véhicule auto-guidé (1).

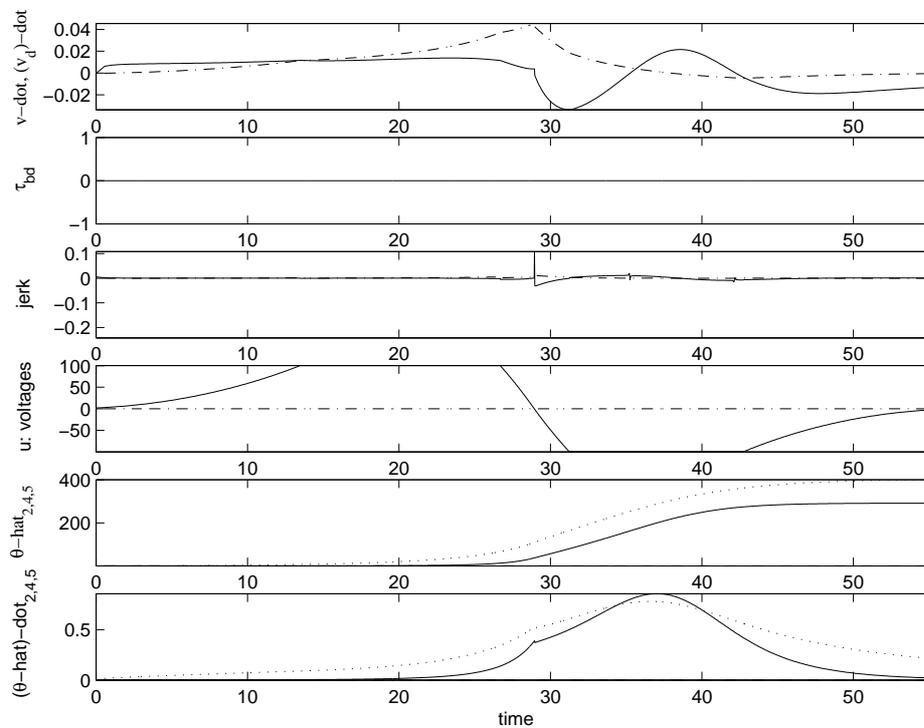


Fig. 4.5. Suivi d'une ligne droite du véhicule auto-guidé (2).

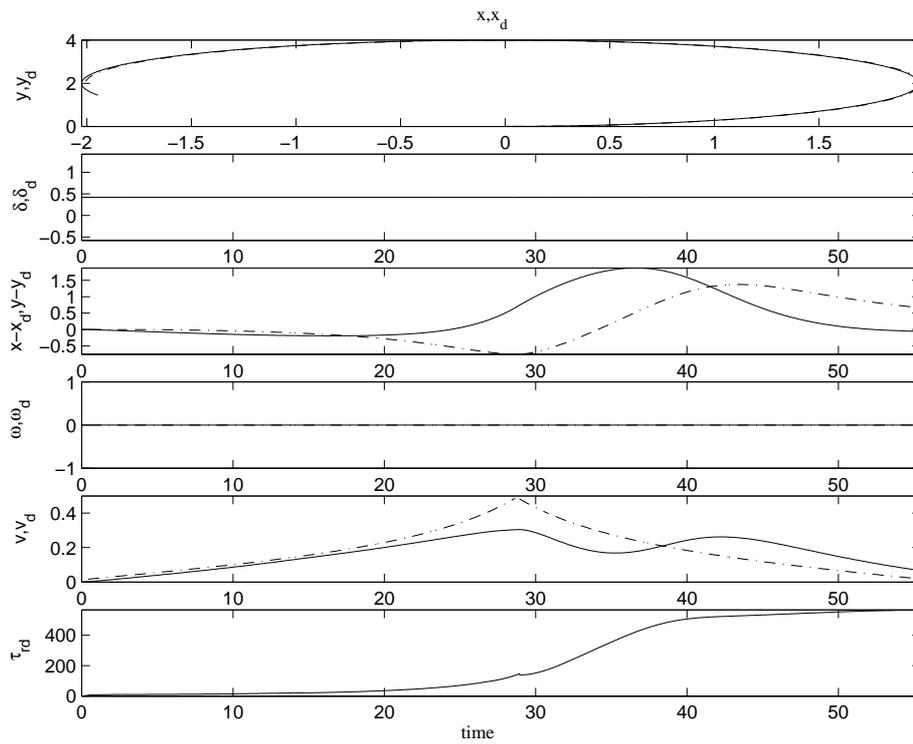


Fig. 4.6. Suivi d'un arc de cercle du véhicule auto-guidé (1).

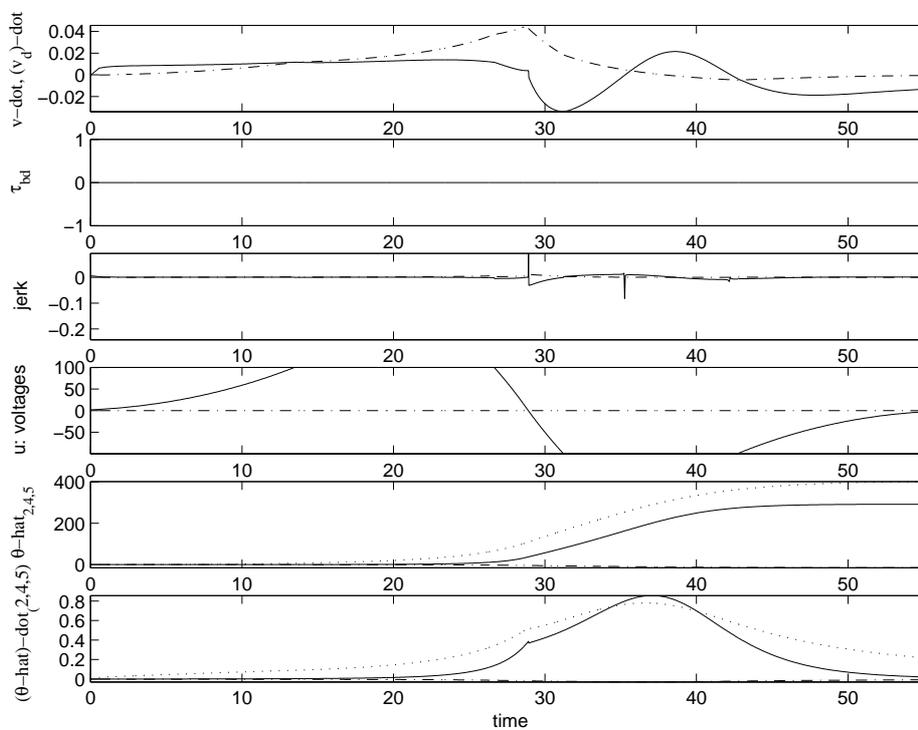


Fig. 4.7. Suivi d'un arc de cercle du véhicule auto-guidé (2).

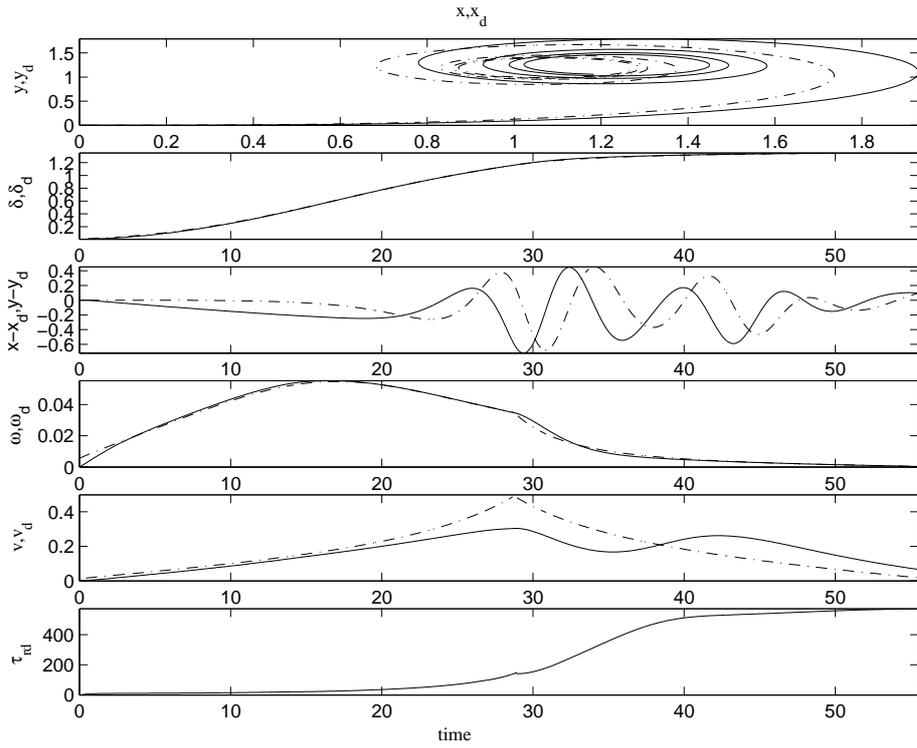


Fig. 4.8. Suivi d'un clothoïde du véhicule auto-guidé (1).

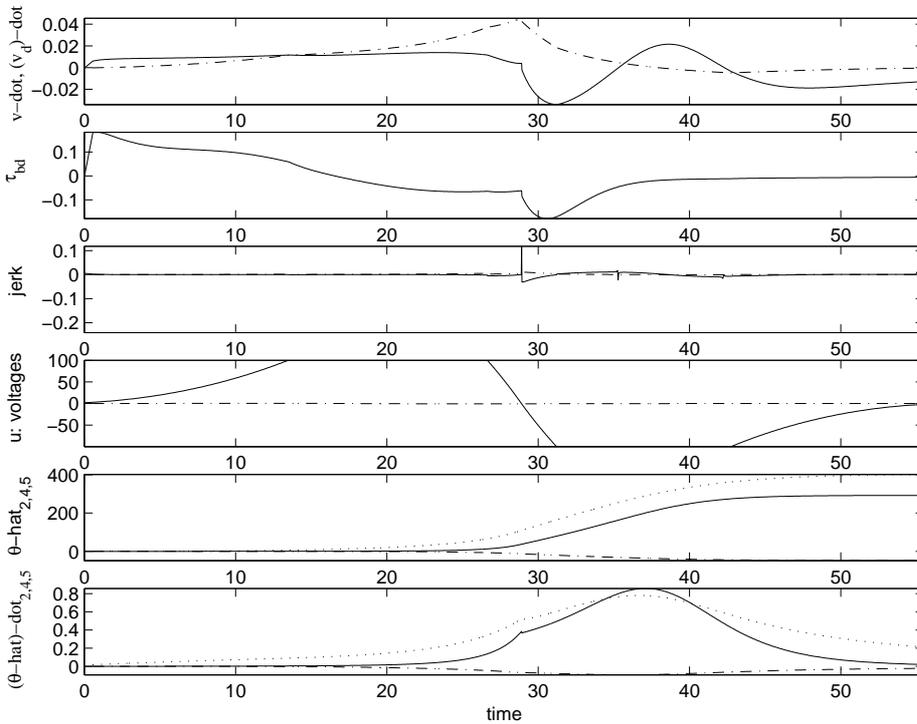


Fig. 4.9. Suivi d'un clothoïde du véhicule auto-guidé (2).

de trajectoire et d'identification des paramètres géométriques et dynamiques peu connus. Nous remarquons que les procédés de simulation mènent aux coefficients aérodynamiques et aux paramètres arrière de contact de route-pneu constants vis-à-vis de la courbure de la route, tandis que le paramètre avant de contact de route-pneu dépend considérablement de la courbure de la route. Bien que des moteurs à courant continu aient été considérés, d'autres actionneurs tels que les machines asynchrones (plus puissantes) présentent le même genre de contraintes sur le courant et la tension. Les applications intéressantes des méthodes hamiltoniennes (pour étudier la commande non linéaire) et la bifurcation des systèmes hamiltoniens avec symétrie (pour découvrir les branches insignifiantes des solutions quand les paramètres du système, tels que des coefficients de frottement, varient) sont également des nouvelles perspectives. D'autres études devraient être entreprises au sujet de la déformabilité des pneus et les irrégularités de la route.

**Remarque 4** *La commande de poursuite de trajectoire est utile dans la mesure où elle permet d'analyser la variation des paramètres en fonction de la courbure de la route. La stabilité du véhicule sur la route est indispensable, mais l'identification des paramètres nécessite aussi un schéma stable, d'où la loi d'adaptation proposée. Une fois les paramètres identifiés, la loi évoquée est lourde en temps de calcul. Nous proposons par la suite une autre loi de poursuite qui intègre les paramètres déjà identifiés. Cette dernière, ne fait plus appel à la loi d'adaptation. Le problème de poursuite est précédé par une analyse de stabilisation (section suivante) du véhicule en un point d'équilibre.*

### 4.3 Stabilisation longitudinale et de direction d'un VTA

Le problème de positionnement (stabilisation) consiste à trouver une loi de commande qui stabilise asymptotiquement les trois variables du véhicule à l'équilibre, à savoir  $(x, y, \psi)$ . Il est bien connu, vu l'existence d'un terme significatif de dérive pour les systèmes non holonôme, qu'il est difficile, voir impossible, de trouver un retour d'état continu (voir discontinu) qui stabilise asymptotiquement une grande classe de systèmes non holonômes. Ainsi, le problème n'est plus solvable par la théorie de commande linéaire ni par la commande non linéaire par retour d'état linéarisant. La commande hybride

a été considérée comme alternative par Zhang [108] pour stabiliser le system 'pendubot'. La commande instationnaire a été établie par Pettersen [109] pour la stabilisation de la position et de l'attitude d'un véhicule sous-marin sous actionné. Pour le modèle complexe du dirigeable, nous avons proposé dans [22] une commande instationnaire pour les positions et les orientations. Cette dernière type de commande a fait une longue investigation pour le véhicule auto-guidé [22]. On montre, dans cette section, que le véhicule auto-guidé ne peut être stabilisé en un point par une commande continue fonction uniquement de l'état (condition de Brockett non satisfaite, voir Coron et Rosier [52] et Coron [53]). On propose, par conséquent, une commande instationnaire où le temps apparaît explicitement. La dynamique du véhicule, intégrant la partie cinématique en boucle fermée, est localement exponentiellement stable. Pour la validation en simulation, cette partie profite pleinement des paramètres identifiés dans la section précédente.

#### 4.3.1 Nature du problème

Le modèle de la voiture auto-guidée est donné par le système (4.1). Afin d'adapter le modèle à la commande, quelques manipulations sont nécessaires (voir Beji [?]). Le système à stabiliser se présente sous cette forme :

$$\begin{aligned}
\dot{\eta}_1 &= \nu + (\dot{\psi} - \dot{\beta})\eta_2 \\
\dot{\eta}_2 &= -(\dot{\psi} - \dot{\beta})\eta_1 \\
\dot{\beta} &= \beta' \\
\dot{\psi} &= m\xi\nu(\dot{\beta} - \dot{\psi}) \\
\dot{\beta}' &= W_b \\
\dot{\nu} &= W_r
\end{aligned} \tag{4.32}$$

**Remarque 5** Notons par  $X = (\eta_1, \eta_2, \beta, \dot{\psi}, \dot{\beta}, \nu)$  le vecteur d'état du système (4.32). Ce système admet deux variétés d'équilibre  $M_1$  et  $M_2$ :  $M_1 = \{X; \text{tel que } X = (c_1, c_2, c_3, 0, 0, 0); c_1, c_2 \text{ et } c_3 \text{ des constantes}\}$  et  $M_2 = \{X; \text{tel que } X = (0, 0, d_1, d_2, 0, 0), d_2 \neq 0, \text{ et } d_1 \text{ constantes}\}$ .

Après le changement régulier suivant :

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= x \cos(\psi - \beta) + y \sin(\psi - \beta) \\
\eta_2 &= -x \sin(\psi - \beta) + y \cos(\psi - \beta)
\end{aligned} \tag{4.33}$$

avec  $W_b$  et  $W_r$  sont les entrées de commande à déterminer.

**Proposition 1** *La dynamique du véhicule représentée par (4.32) ne peut être stabilisée par une commande stationnaire dépendante uniquement de l'état.*

**Preuve.** En considérant  $\eta_1 \neq 0$  et on introduit :

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \beta \end{pmatrix} ; Z = \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\beta} \\ \nu \end{pmatrix} \text{ et } W = \begin{pmatrix} 0 \\ W_b \\ W_r \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

alors le système condensé est tel que :

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= JZ \\ M\dot{Z} + CZ &= W \end{aligned} \quad (4.35)$$

$M = I_3$  et les matrices  $J$  et  $C$  peuvent être déduites de l'écriture (4.32). On peut montrer par le biais de notre analyse dans [?] que le système (4.35) ne vérifie pas Brockett [37]. Par conséquent, une commande continue dépendante uniquement de l'état ne peut être envisagée. ■

J'ajoute que la commande discontinue ne résout pas le problème aussi, car le système est affine ( $\dot{X} = F(X) + G(X)W$ ) par rapport aux entrées, avec  $X = (\eta_1, \eta_2, \beta, \dot{\psi}, \dot{\beta}, \nu)^T$ . Dans [53], Coron montre qu'une commande continue périodique suffit pour stabiliser un tel système en un point. Un aperçu sur les résultats de Brockett est donné en Annexe A, Section A.1.

#### 4.3.2 Stabilisation par une commande instationnaire périodique

Pour le système (4.35), ayant considéré le vecteur d'état suivant  $X = (\eta_1, \eta_2, \beta, \dot{\psi}, \dot{\beta}, \nu)^T$  et le vecteur de commande  $U = (W_b, W_r)^T$ , la stabilisation de l'équilibre du véhicule auto-guidé se résume dans le théorème suivant.

**Theorem 4.2.** *Introduisons les fonctions périodiques suivantes*

$$\begin{aligned} w_1(X_1, t) &= -k_4 \beta - \frac{1}{\rho(X_1, t)} \dot{\psi} \sin \frac{t}{\varepsilon} \\ w_2(X_1, t) &= -k_3 \eta_1 + \frac{1}{\xi} \rho(X_1, t) \sin \frac{t}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (4.36)$$

avec  $k_3 > 0$ ,  $k_4 > 0$  et où  $\rho(X_1, t) = |\dot{\psi}|^{\frac{1}{3}} + |\eta_1| + |\beta|^{\frac{1}{2}}$  est la norme associée à l'opérateur de dilatation  $\delta_\lambda^r(X_1, t) = (\lambda \eta_1, \lambda^2 \beta, \lambda^3 \dot{\psi})$ . On considère le retour d'état instationnaire suivant,

$$\begin{aligned} W_b(X, t) &= -k_1(\beta' - w_1(X_1, t)) \\ W_r(X, t) &= -k_2(\nu - w_2(X_1, t)) \end{aligned} \quad (4.37)$$

alors il exist un  $\varepsilon_0 > 0$  tel que pour tout  $\varepsilon \in ]0, \varepsilon_0]$  et des valeurs assez grandes  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$ , la loi (4.37) stabilise localement et exponentiellement la variété d'équilibre  $(0, c_2, 0, 0, 0, 0)$  du système (4.35).  $c_2$  est une constante.

**Preuve.** La preuve est détaillée en Annexe A, Section A.2.

■

### 4.3.3 Stabilisation d'un VTA : Résultats de simulation

Les résultats théoriques ont été validés en simulation. On cherche à stabiliser la variété d'équilibre  $(0, c_2, 0, 0, 0, 0)$ . Le véhicule auto-guidé est positionné à  $x = 0.5m$ ,  $y = 0.5m$  et  $\psi = 0.001rad$ . Les angles  $\beta = 0.0001rad$  et  $\delta = 0.0001rad$ . Les vitesses sont initialement à zéros. Les gains pour la commande sont  $k_1 = 1.3$ ,  $k_2 = 1.3$ ,  $k_3 = 0.12$  et  $k_4 = 0.12$ , alors que  $\varepsilon = 0.00001$ . Les paramètres du véhicule sont ceux identifiés précédemment.

Cette étude de stabilisation présente quelques difficultés de conception de la commande. Pour parvenir à nos résultats, il a fallu quelques hypothèses qui ont été vérifiées par la suite en simulation. Cette technique de commande par retour d'état instationnaire engendre des oscillations dans l'amplitude des entrées. Celles-ci sont dues à la fois aux fonctions trigonométriques présentes dans la commande et au *petit* paramètre  $\varepsilon$ . Une direction qui reste à explorer est celle d'une commande *partielle* qui stabilise une partie de l'état et assure la convergence des autres.

## 4.4 Etude de stabilité pour le suivi d'une trajectoire

Le modèle du véhicule auto-guidé stabilisé ci-dessus a été étudié afin de réaliser le suivi d'une trajectoire de référence. La commande en poursuite prend en charge le modèle cinématique/dynamique ainsi que les glissements des roues à l'avant du véhicule. Les résultats de stabilité obtenus sont de type exponentiel et asymptotique. Ces résultats étendent le problème de stabilisation discuté ci-dessus. La validation est faite sur une route de courbure raide de type clothoïde. On montre une bonne poursuite de la route de référence. Par la suite et pour des raisons de clarté, on rappelle la dynamique

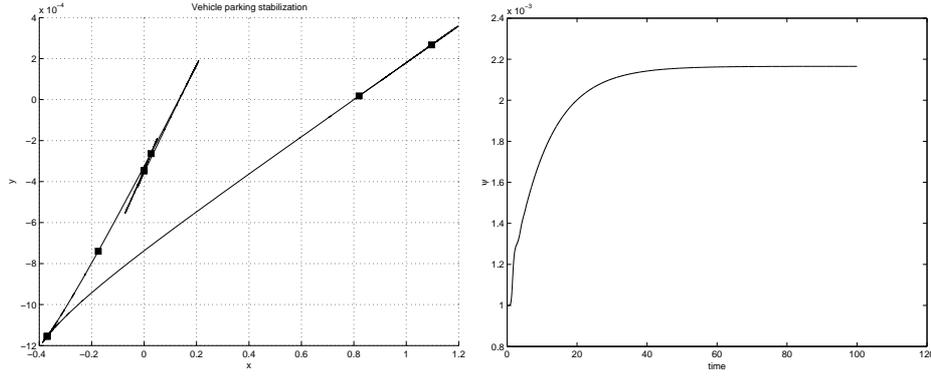


Fig. 4.10.  $y(x)$ (gauche)-Courbe du lacet(droite)

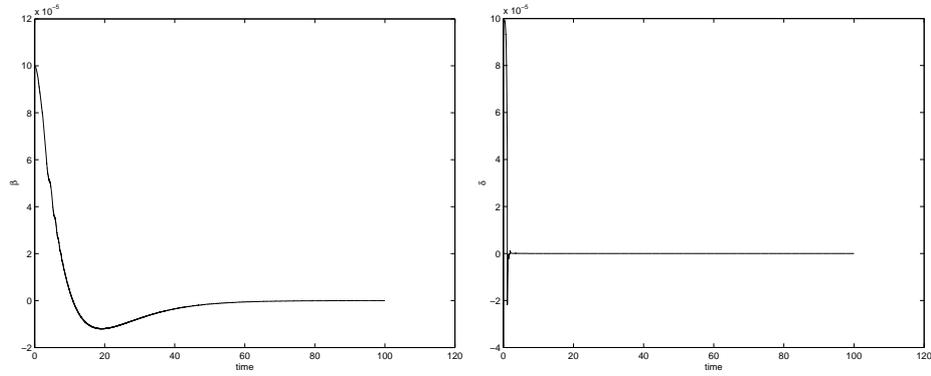


Fig. 4.11. Angle de glissement(gauche)-Angle de direction (droite)

du véhicule auto-gué. Les différentes notations se trouvent dans la section 4.2. Les détails de ce travail ont fait l'objet d'un chapitre de livre [35].

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= v \cos(\psi - \beta); & \dot{y} &= v \sin(\psi - \beta) \\
 \dot{\psi} &= r; & \dot{\delta} &= \omega \\
 \dot{v} &= \theta_1 v (\dot{\beta} - \dot{\psi}) \cot \delta + \theta_2 F_{ad} + \theta_3 F_{as} \cot \delta \cos \delta \\
 & \quad + \theta_4 R_{as} \cot \delta + \theta_5 \tau_r \\
 \dot{r} &= \frac{1}{I} \{ F_{as} l_v \cos \delta - R_{as} l_h \} \\
 \dot{\omega} &= \theta_6 \omega + \theta_7 \tau_b
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Rappelons aussi que le mouvement est plan, ainsi  $w = p = q = 0$ . Les termes  $\theta_i$  ont suivi une procédure d'identification avec :

$$\theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{adm} + \frac{1}{r_{ad}}(I_r + I_f) \\ \frac{1}{2}r_{ad}CA\rho \\ r_{adm} \\ r_{ad}\frac{\Gamma_{vm}}{\alpha_{vm}} \\ r_{ad}\frac{\Gamma_{hm}}{\alpha_{hm}} \\ \frac{1}{n}I_{dw} \\ \frac{1}{n}f_\omega \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

**Remarque 6** Dans le modèle (4.38), l'entrée en couple  $\tau_b$  peut être définie telle que  $\omega \rightarrow \omega_d$ , ainsi  $\delta \rightarrow \delta_d$ . L'entrée  $\delta_d$  est définie de sorte qu'en boucle fermée,  $\dot{r} = W_r$  et  $W_r$  est la nouvelle entrée.

Nous n'évoquons pas les détails de calcul (voir Beji [35]). Cependant, après un premier bouclage (remarque 6), le système (4.38) présente la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos(\psi - \beta) \\ \dot{y} &= v \sin(\psi - \beta) \\ \dot{\psi} &= r; \quad \dot{v} = W_v; \quad \dot{r} = W_r \end{aligned} \quad (4.40)$$

A ce stade, on peut définir la trajectoire de référence qui est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{x}^r &= v^r \cos(\psi^r) \\ \dot{y}^r &= v^r \sin(\psi^r) \\ \dot{\psi}^r &= r^r; \quad \dot{v}^r = W_v^r; \quad \dot{r}^r = W_r^r \end{aligned} \quad (4.41)$$

Cette trajectoire est supposée idéale, par conséquent, elle n'intègre pas l'angle de glissement ( $\beta^r = \dot{\beta}^r = \ddot{\beta}^r = 0$ ). Avant d'aborder la conception de la commande, on introduit les transformations régulières suivantes

$$\begin{aligned} z_1 &= \cos(\psi - \beta)x + \sin(\psi - \beta)y \\ z_2 &= -\sin(\psi - \beta)x + \cos(\psi - \beta)y \\ z_3 &= \psi - \beta \end{aligned} \quad (4.42)$$

La référence peut aussi être réécrite dans cette nouvelle transformation. En introduisant les erreurs  $e_{z_1} = z_1 - z_1^r$ ,  $e_{z_2} = z_2 - z_2^r$  et  $e_{z_3} = z_3 - z_3^r$ , la dynamique associée est donnée par

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{z_1} &= e_{z_2} \dot{\psi}^r + z_2 e_r + e_v - \dot{\beta} z_2 \\
\dot{e}_{z_2} &= -e_{z_1} \dot{\psi}^r - z_1 e_r + \dot{\beta} z_1 \\
\dot{e}_{z_3} &= r - r^r - \dot{\beta} \\
\dot{e}_v &= W_v - W_v^r; \\
\dot{e}_r &= W_r - W_r^r
\end{aligned} \tag{4.43}$$

où  $e_r = r - r^r$  et  $e_v = v - v^r$ . Les deux dernières équations permettent de définir  $W_v$  et  $W_r$  telles que  $e_v \rightarrow e_v^d$  et  $e_r \rightarrow e_r^d$ . En considérant cette issue, notre intérêt est focalisé sur les termes restants dans (4.43). Ainsi, avec les gains ( $k_{e_v}, k_{e_r} > 0$ ), on propose

$$\begin{aligned}
W_v &= -k_{e_v} e_v + W_v^r + e_v^d \\
W_r &= -k_{e_r} e_r + W_r^r + e_r^d
\end{aligned} \tag{4.44}$$

On introduit  $\Lambda = e_r^d - \dot{\beta}$  et par le fait que  $e_v \rightarrow e_v^d$  et  $e_r \rightarrow e_r^d$ , on achève avec

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{z_1} &= e_{z_2} r^r + e_v^d + (e_{z_2} + z_2^r) \Lambda \\
\dot{e}_{z_2} &= -e_{z_1} r^r + (e_{z_1} + z_1^r) \Lambda \\
\dot{e}_{z_3} &= \Lambda
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Il est clair que la dernière écriture permet d'avoir une idée sur la forme de  $\Lambda$ , soit  $\Lambda = -e_{z_3}$ . D'où la convergence exponentielle vers zéro de l'erreur;  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{z_3} = 0$ . Comme solution, on a  $e_{z_3}(t) = \lambda e^{-t}$  ( $\lambda \in \mathfrak{R}$ ). Partant du fait que  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{z_3} = 0$ , on obtient

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{z_1} &= \eta(t) e_{z_2} + e_v^d - \underbrace{e_{z_3} z_2^r}_0 \\
\dot{e}_{z_2} &= -\eta(t) e_{z_1} - \underbrace{e_{z_3} z_1^r}_0
\end{aligned} \tag{4.46}$$

et où  $\eta(t) = r^r - \lambda e^{-t}$ . Le système (4.46) est linéaire instationnaire et contrôlable pour tout  $\eta(t) \neq 0$ , ou encore  $r^r$  ne peut pas avoir un comportement de type  $\lambda e^{-t}$ . Nous avons le lemme ci-dessous.

**Lemme 1** *Le vecteur d'erreurs  $(e_{z_1}, e_{z_2})$  est asymptotiquement stable avec l'entrée auxiliaire  $e_v^d = -k_{e_{z_1}} e_{z_1}$  ( $k_{e_{z_1}} > 0$ ).*

**Preuve.** La fonction de Lyapunov suivante répond bien à la démonstration  $V(e_{z_1}, e_{z_2}) = \frac{1}{2}(e_{z_1}^2 + e_{z_2}^2)$  et à partir du principe de LaSalle  $(e_{z_1}, e_{z_2})$  approche le plus grand ensemble invariant  $\{(e_{z_1}, e_{z_2}) \mid \dot{V}(\cdot) = 0\} = \{(e_{z_1} = 0, e_{z_2} = 0)\}$ .



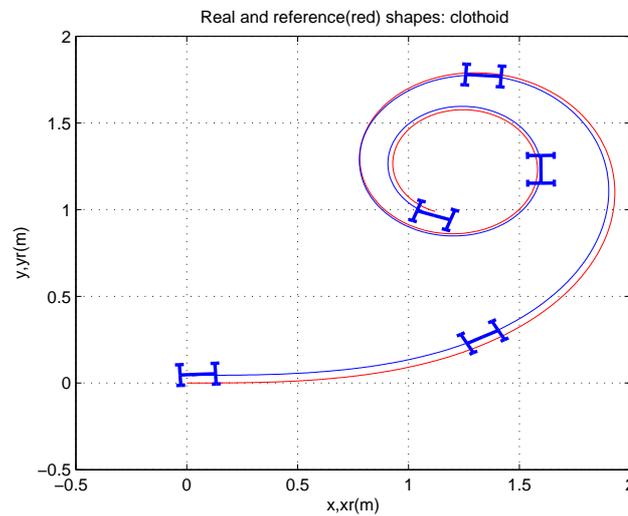
#### 4.4.1 Résultats sur une route de type clothoïde

Les caractéristiques du véhicules sont celles données au paragraphe 4.2.3. Ces grandeurs réelles sont:  $m = 1000Kg$ ,  $I = 1210Kgm^2$ ,  $l_v = 0.87m$  et  $l_h = 1.29m$ . Une route de type clothoïde a fait l'objet de test pour la commande établie. Nous avons aussi pris en compte les paramètres de la procédure d'identification (tableau 4.2.3), à savoir  $\theta_1 = 1200$ ,  $\theta_2 = 349.06$ ,  $\theta_3 = 200$ ,  $\theta_4 = -15.15$ ,  $\theta_5 = 398.56$ ,  $\theta_6 = 30$  et  $\theta_7 = 0.001$ . On initialise le véhicule à la configuration:  $x(0) = y(0) = 0.05m$ ,  $\psi(0) = 3^\circ$ ,  $\beta(0) = 0.6^\circ$ ,  $v(0) = 0.01m/s$ ,  $\dot{\psi}(0) = 0$ . Pour réaliser cette performance, la valeur des gains sont  $k_{e_{z3}} = 45$ ,  $k_{e_{z1}} = 1$ ,  $k_{e_v} = 6$  et  $k_{e_r} = 0.5$ . Avec les valeurs réelles de la géométrie et des paramètres inertiels, les résultats de poursuite sont satisfaisants. L'erreur statique peut être annulée avec des gains élevés mais au détriment d'une saturation de la commande. Un compromis a été trouvé lors d'essais de grandeur. D'autres trajectoires ont été aussi testées de type spirale et cercle. La ligne droite n'a posé aucun problème de suivi. La technique de *backstepping* a facilité la tâche de conception de la commande pour un modèle du véhicule mis en cascade. Dans chaque étape de transformation, on vérifie la régularité de chaque transformation et le sous actionnement existant. La forme des équations dans le modèle impose une forme de transformation et la méthode ne peut être généralisée à tous les véhicules. La maîtrise de cette technique nous a permis de surmonter les non linéarités dans le modèle. L'inconvénient d'une telle transformation est qu'elle ne présente aucune signification physique.

#### 4.5 conclusion

Nous sommes parvenus dans cette partie à élaborer trois formes de commande non linéaires s'affranchissant des complexités dans le modèle et aux difficultés techniques de stabilisation et de poursuite de trajectoire: 1) une commande adaptative qui a conduit aux paramètres du véhicule autoguidé, 2) pour une position d'équilibre, une loi stabilisante de nature continue et in-stationnaire et 3) une commande de suivi de trajectoire utilisant la technique du *backstepping* et la fonction de *Lyapunov*. On a montré les difficultés dans chaque étape et les solutions permettant de les lever. Afin de se rapprocher

de la réalité, on a utilisé des grandeurs réelles en simulation et on a poussé le véhicule aux conditions extrêmes de test telles que les limites physiques (vitesse et accélération maximales, etc.). Les caractéristiques de la route sont aussi des grandeurs naturelles. Par rapport à la position d'équilibre, la commande proposée permet au véhicule de rester en équilibre (cas de stationnement). Pour une route, ayant plus de courbure, les résultats de poursuite sont encourageants. Dans un travail de master recherche, on a considéré aussi les conditions du confort des passagers. A savoir, la maîtrise du roulis et tangage suite à l'étude d'un système de suspension hydro-pneumatique. Ces résultats ne sont pas présentés dans ce rapport alors qu'on peut les retrouver dans [34].



**Fig. 4.12.** Clothoïde comme trajectoire à suivre, le véhicule se trouve sur le chemin réel.



**Autonomie de Navigation des Véhicules Aériens**



## Véhicules aériens autonomes

### 5.1 Introduction

Dans la vie courante, le besoin de systèmes autonomes dans le but d'aider l'être humain à surmonter les difficultés de certaines tâches, s'est accru. Bien que l'autonomie d'un vol est apparue d'une manière partielle avec le pilotage automatique des avions civils et/ou les missions spatiales, l'intervention d'un pilote est recommandée dans les phases de décollage et d'atterrissage. Afin de réduire les pertes dans les missions militaires et de semer la peur dans la partie adverse, l'entière autonomie du matériel militaire peut être considérée comme une priorité absolue. L'autonomie des engins terrestres est une ambition à laquelle on a contribué en apportant quelques algorithmes de commande (partie II). Pour une mission aérienne qui fait appel à un engin volant, je cite les véhicules aériens non-pilotés (UAV, Unmanned Air Vehicle) et les véhicules aériens de combat non-piloté (UCAV, Unmanned Combat Air Vehicles). Contrairement aux applications civiles, les systèmes opérationnels de l'UAV incluant le prédateur et le chasseur ont démontré des possibilités énormes dans des opérations militaires récentes. Pris dans son ensemble, le but est de satisfaire les besoins les plus pressants de mission soutenus par les avancées significatives en technologie. Un tel objectif nécessite une démarche scientifique et technique menant en parallèle et étroitement les développements de la théorie et de l'expérimentation. Rappelons à présent quelques missions qui passionnent la communauté scientifique: l'exploration d'un immeuble ou d'un tunnel contaminé ou accidenté, sauvetage dans le cas d'un incendie, surveillance d'un trafic routier, etc. Dans un tel cas, le comportement d'un engin volant devrait être sûr grâce à l'évitement automatique d'obstacles présents et un retour automatique vers l'opérateur à la fin de

mission. Afin d’accomplir cette première analyse, on élabore un engin volant pour deux sortes de missions; la première est une mission de reconnaissance et la deuxième concerne la recherche et la collecte d’informations. Bien qu’un dirigeable autonome soit capable de transporter des objets lourds, la réalisation d’une tâche de manipulation, notamment dans le domaine civil, reste un projet à long terme. Ainsi, la priorité des chercheurs est de réussir l’autonomie des déplacements d’un engin volant dans un environnement hostile.

## 5.2 Motivation de l’étude et résultats

Le développement des plates-formes robotiques volantes (3D) connaît un essor croissant en raison de la miniaturisation poussée des capteurs et des actionneurs, mais surtout grâce à la possibilité d’embarquer des cartes de commande toujours plus performantes et rapides. Ces cartes capables de réaliser une masse de calcul considérable nécessaire au contrôle de ces engins. En effet, le modèle des systèmes tels que les avions, les dirigeables et les hélicoptères sont fortement non linéaires et sous actionnés [6]. Ainsi, on peut citer le VTOL (Vertical Take-off and Landing, i.e. décoller/atterrir verticalement [3, 94]) et le PVTOL (Planar Vertical Take-Off and Landing, i.e. peut planer en plus [4, 8, 84]). Parmi les engins volants 3D, on ne peut pas oublier les drones à quatre rotors. L’intérêt de leur étude vient de leur versatilité et de leur manoeuvrabilité leur permettant l’exécution d’un nombre important de tâches. Nous pouvons citer, par exemple, la surveillance du trafic routier, des frontières, des barrages, des lignes de tensions, le sauvetage des personnes en difficultés, la détection de feux en forêt, etc. Une première motivation réside dans la commande de ces engins qui s’explique par un nombre d’entrées de commande inférieur au nombre de degrés de liberté du système [?, ?, 11, 42, 48, 66, 82].

Le laboratoire IBISC est parmi les premiers en France qui s’est investi dans le domaine des engins volants autonomes de type dirigeable et drone. L’axe nommé par l’équipe commande (VASCO) est l’*étude des véhicules aériens 3D*.

### Ballon dirigeable

Parmi les engins volants, l’équipe s’intéressait initialement aux ballons dirigeables. Les dirigeables sont des engins volants de la famille des aérostats et

sont plus léger que l'air et manoeuvrable dans un plan horizontal, contrairement aux montgolfières qui ne sont manoeuvrable que verticalement. Pour se déplacer, les dirigeables utilisent la propulsion par hélices (électrique ou thermique). Bien que dans les années 20, les dirigeables aient servi comme bombardier de guerre, les études actuelles, sur ces engins, ont surtout une vocation de transport de passagers et de charges lourdes. A noter que le dirigeable est trop sensible aux mauvaises conditions climatiques (vent, pluie, foudre, etc.).

La commande de ce système sous-actionné est un domaine de recherche très actif et attrayant pour les personnes travaillant sur l'autonomie en robotique. Bien qu'une ébauche d'étude ait été entamée au LAAS (Toulouse) sur ce type d'engin (AS500) [86], les résultats dans la partie commande, se réduisent à un modèle linéaire. Par conséquent, les non linéarités qui résultent du couplage de la navigation dans les autres plans ont été négligées. Ces résultats restent valides pour un déplacement à faible vitesse. Néanmoins, l'étude devait considérer la dynamique dans les plans transverses, comme étant une perturbation. Ceci nous a conduit à prendre en compte, dans la conception des signaux de commande, des interactions liées aux plans transverses et de se rendre compte de difficultés dues au fait qu'ils sont sous actionnés. En effet, le modèle d'un dirigeable change pendant les différentes phases de vol, à savoir, le décollage, le vol de croisière et l'atterrissage. Afin de préserver l'énergie nécessaire pendant ces différentes phases de navigation, nous avons abouti [25, 77, 78], à deux types de trajectoires équilibrantes et où la vitesse est maintenue constante. Il s'agit d'une trajectoire hélicoïdale pour les phases respectivement de décollage et d'atterrissage [25] et d'un cercle (ou arc de cercle) pour la navigation dans un plan horizontal avec une altitude donnée [77, 78]. En tenant compte de différents couplage dans la dynamique (équations mises en cascade) et en présence de forces aérodynamiques, les résultats de stabilité sont locaux et de nature asymptotiques et exponentielles [33]. Je reviendrai sur ces points dans le chapitre suivant.

## **Drones**

Le projet qui m'a motivé et qui a fait l'objet d'une acceptation nationale, concerne l'étude d'un drone à quatre hélices, du point de vue modélisation, planification de trajectoire et commande. En effet, ce projet est né en 2004

avec la réussite du concours inter-universitaire de la DGA-ONERA sur les drones miniatures. Au sein d'IBISC, ce projet, qui a pris comme appellation *XSF* (X4-Stationnary Flyer), s'intéresse à la conception et au test d'un drone miniature de faible envergure et qui est capable de réaliser un vol stationnaire. Rappelons à présent qu'un drone est un engin volant piloté par le sol ou autonome. Il est capable de transporter des caméras, des capteurs et des équipements de communication. Sa vocation principale apparaît dans les années 30 pour des missions de reconnaissance et de recherche d'informations, suivi plus tard par des applications militaires. L'étude des drones miniatures reste un problème ouvert jusqu'à présent. Les développements technologiques et la miniaturisation des composantes électriques/électroniques de nos jours simplifient la tâche des concepteurs, néanmoins pour les démonstrateurs, il s'agit d'un travail délicat pour les essais externes. Dans cette optique, ma première vocation a été la maîtrise du modèle pour la commande avec l'intégration du modèle dans un simulateur. J'ai proposé deux thèses qui ont été soutenues, respectivement en 2006 et 2007. Il s'agit d'une :

- *Contribution à la planification d'un drone hélicoptère à quatre rotors*, thèse soutenue en 2007. Deux modèles de la dynamique des drones X4 et XSF ont été détaillés en tenant compte de forces aérodynamiques. Les résultats ont servi pour générer des trajectoires de référence de différents types (raccordement avec ou sans points d'arrêt), avec enchaînement de différents types de courbes. L'originalité de la génération de trajectoires proposées consiste en la détermination des postures nécessaires imposées par les trajectoires d'équilibre et par les manoeuvres de premier et second ordres pour faire le lien entre deux points donnés. Le passage par un point intermédiaire tout en réalisant l'arrêt ou non, a révélé le calcul d'autres postures. Ces résultats ont été validés sous des commandes assurant la stabilité des drones ainsi que la poursuite des trajectoires de référence pré-définies.
- *Commande des systèmes sous-actionnés: Application à un drone à quatre hélices* (thèse soutenue en 2006). Les travaux effectués portent sur l'étude de stabilisation avec planification de trajectoire de deux modèles du drone; X4 conventionnel et X4 bidirectionnel (XSF). La particularité du modèle X4 bidirectionnel par rapport au modèle existant est le pivotement des supports qui portent deux moteurs. Une approche experte s'affranchissant

du modèle (Système Inférence Floue Optimisé - SIFO) a été proposée. Nous avons ainsi réalisé des commandes pour la poursuite de trajectoires simples telles que le suivi de lignes droites, et complexes (demi cercle, coin, ....). La robustesse de la commande en présence de perturbations a été examinée. Deux types de perturbation se sont présentées: cas de la panne d'un moteur et d'une rafale de vent.

### 5.3 Conclusion

Ce chapitre présente mes motivations et mes résultats sur les drones et les dirigeables autonomes. Trois thèses, proposées et soutenues, ont porté sur ce travail. Les résultats, situant le laboratoire IBISC dans un contexte international, ont fait l'objet de plusieurs publications dans des conférences et journaux réputés. Bien que les démarches sont restées très théoriques, ces dernières ont été consolidées par simulation. Le simulateur intègre les contraintes environnementales et physiques (propre à l'engin). En terme de financement, malgré la non acceptation de deux projets ANR (manque d'un industriel), le besoin de matériel suscite une grande question à laquelle j'essaierai d'apporter une solution. Afin de poursuivre nos investigations, j'ai proposé le projet CIRTA: *Coopération Intelligente entre Robots Terrestres et Aériens*. Comme son intitulé l'indique, les idées dans ce projet sont multiples. On peut mettre en exergue nos résultats de stabilité pour une entité autonome (aérienne ou terrestre) afin d'aboutir à la maîtrise d'une formation, composée de plusieurs entités autonomes. Par conséquent, la formation peut être considérée homogène (entités appartenant au même groupe), hétérogène (mélange d'entités), uniquement terrestre, uniquement aérienne ou encore une coopération terrestre-aérien. Une ébauche sur les résultats préliminaires en terme de stabilité d'une telle coopération fera l'objet de la partie IV.



## Autonomie de Navigation d'un dirigeable

### 6.1 Introduction

L'analyse de la commande des engins volants est une tâche difficile en raison du poids des actionneurs, ces derniers devant coopérer avec un minimum de charge à bord et avec le maximum d'autonomie. Le poids du système peut être réduit en diminuant le nombre d'actionneurs. En contre partie, ceci compliquera l'autonomie (commande) en vol due à la présence de six degrés de liberté dans le système. Afin d'assurer l'autonomie d'un ballon dirigeable sous-actionnés, je détaille dans ce chapitre mes résultats en terme de modélisation et commande. Des travaux faisant référence à ce type d'engin sont effectués par De-Paiva [61], Khoury [80], Hygounenc [86], Bestaoui [45], Beji [?, 22, 25], Samaali [77] ainsi que mes résultats récents avec Abichou [33]. Les cinq dernières publications citées ci-dessus reflètent notre apport sur ce projet et situent notre contribution. Rappelons à présent que le dirigeable a été utilisé au Kosovo en 2000 pour la localisation des mines. La position exacte des mines détectées est enregistrée pour l'établissement d'un *diagramme des champs de mines*. Étant donné que la force de flottabilité fournit une forme d'énergie-libre de lever, les dirigeables sont appropriés aux missions de longue durée comme un moyen de transport intercontinental. La surveillance est devenue aussi une nouvelle mission où un dirigeable peut être placé dans l'entrée d'une ville. Pendant les jeux olympiques d'Atlanta, un dirigeable a été utilisé comme une plate-forme aéroportée assurant la surveillance de l'emplacement olympique. Dans les zones à risque, on peut utiliser le dirigeable pour inspecter les lignes électriques, tâches difficilement réalisable par des hélicoptères. Pour finir, récemment ces engins ont servi comme bateau aérien touristique. Néanmoins, la présence

d'un homme-pilote (dans une base fixe ou à bord) était indispensable pour toutes les opérations citées. Afin de maîtriser les paramètres qui jouent un rôle important dans la navigation et d'aboutir ainsi à une autonomie complète, pour l'instant mes motivations sont vers une démarche théorique.

De point de vue technique, un engin volant n'est pas rigide attaché à un repère de référence, par conséquent, on ne peut pas directement mesurer les variables internes de configuration pour produire une position. Ce problème a été clairement posé par Zhang [107] où une méthodologie est développée pour incorporer les paramètres physiques du dirigeable dans l'espace image afin d'utiliser une commande par vision. Les essais présentés sont à l'intérieur d'une salle d'essais. Dans certaines études telles que Fossen [57] et Khoury [80], le mouvement est référencé au centre de flottabilité du dirigeable. En effet, le modèle utilisé a été écrit à l'origine pour un véhicule sous marins par Fossen [57]. Il a été modifié par la suite pour tenir compte de la spécificité du dirigeable par Khoury [80].

Contrairement aux travaux cités et qui exposent une dynamique par rapport au centre de volume du dirigeable (centre de flottabilité), le travail de modélisation élaboré a conduit à un modèle dynamique défini par rapport au centre de gravité de l'appareil. Le fait d'affecter le repère lié au dirigeable à son centre de masse réduit les effets du couplage dans la matrice de masse.

De point de vue commande, la conception de contrôleurs robustes pour les véhicules aériens non-pilotés consiste à résoudre beaucoup de problèmes difficiles principalement liés à la grande variation des modèles pendant les différentes phases du vol (décollage, vol de croisière, atterrissage). Dans la pratique, le pilotage automatique consiste à choisir la loi appropriée de commande selon la phase du vol. Dans le cas d'un dirigeable équipé des moteurs vectorisés, l'augmentation de difficultés est due à l'existence de deux modes radicalement différents du vol (aérostatique et aérodynamique) impliquant des non linéarités fortes dans le modèle. Une autre spécificité est la difficulté de définir clairement quels degrés de liberté sont actionnés. Par exemple, en mode aérodynamique, les gouvernes deviennent efficaces seulement quand la vitesse de l'air dépasse une certaine valeur. Réciproquement, en mode aérostatique, dû à la vectorisation, les directions actionnées du mouvement peuvent changer. Dans certains cas, le dirigeable se comporte comme un système sous actionné, alors que dans d'autres cas, les moyens de la mise en action

de la commande sont superflus. Afin d'atteindre ces objectifs, un système robuste de commande est exigé, capable d'auto-piloter et de commander le dirigeable sous un éventail d'états atmosphériques et de vent extrêmes. La conception réussie d'un tel système exige d'abord un modèle précis de la dynamique de dirigeable à travers son enveloppe, et un modèle représentatif des perturbations prévues. La dynamique d'un dirigeable est nettement différente de l'avion traditionnel, avec des effets significatifs de la masse et de l'inertie ajoutées, et d'une sensibilité beaucoup plus élevée au vent. Dans notre travail, une configuration typique de dirigeable est d'abord étudiée. La géométrie de la configuration retenue est alors utilisée pour développer un modèle aérodynamique général. Les équations du mouvement intègrent les effets de la masse et de l'inertie ajoutées.

Avant d'aboutir à une modélisation adéquate, je rappelle les objectifs suivants :

- choisir une paramétrisation adéquate pour les déplacements et les orientations,
- établir un modèle cinématique du véhicule,
- faire les liens entre les déplacements et les poussées des propulseurs,
- aboutir à une commande stabilisante de l'équilibre,
- adopter les trajectoires équilibrantes pour le décollage et l'atterrissage,
- découplage du modèle pour réduire sa complexité et réussir la navigation dans les différents plans.

Ces étapes présentent quelques spécificités et nous ont conduit à une stabilisation de l'équilibre par une commande instationnaire pourvue que le modèle ne satisfait pas la condition de Brockett [37]. Afin d'assurer le décollage et l'atterrissage du dirigeable, on aura à définir les trajectoires équilibrantes et assurer la poursuite à travers une commande par retour d'état statique.

### 6.1.1 Modèle retenu pour l'identification et la commande

Une vue d'ensemble du système est donnée par la figure 6.1. Les forces et les moments sont définis par rapport au centre de masse du dirigeable. Nous supposons que le repère lié à la terre est inertiel, le champ de gravité est constant, le dirigeable est censé être un corps rigide, c-à-d qu'il est bien gonflé,

les effets aéroélastiques sont négligés, la densité de l'air est supposée être uniforme et l'influence de rafale est considérée comme perturbation continue, ignorant ainsi son caractère stochastique.

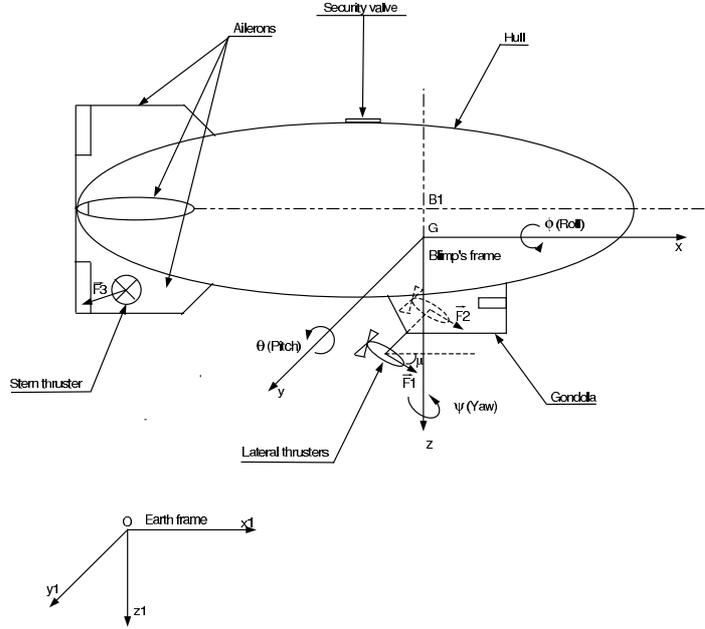


Fig. 6.1. Paramétrisation du dirigeable AS200 du laboratoire.

Deux références sont à considérées dans la modélisation cinématique et dynamique. Un référentiel terrestre  $R_f$ , supposé fixe et un repère mobile  $R_m$  fixé au centre de masse  $R_G$  du corps dirigeable (voir figure 6.1). Le vecteur position/orientation de  $G$  dans  $R_f$  est  $\eta_1 = (x, y, z)^T$  et  $\eta_2 = (\phi, \theta, \psi)^T \in SO(3)$ . Soit  $\eta = (\eta_1, \eta_2)^T$  et le vecteur vitesse est donné par  $V = (u \ v \ w)^t$  et  $\Omega = (p \ q \ r)^t$ . La cinématique du dirigeable est le résultat de cette transformation

$$\begin{pmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(\eta_2) & 0 \\ 0 & J(\eta_2) \end{pmatrix} \nu \quad (6.1)$$

où  $\nu = (V, \Omega)^T$ . Les matrices d'orientations  $R$  et  $J$  sont comme dans Beji [?]. Notons que  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ .

Par rapport au volume de l'engin, la masse ajoutée et les propriétés inertielles ne peuvent pas être négligées. Le modèle de la dynamique d'un dirigeable est donné par la forme compacte suivante où on a séparé les deux dynamiques de l'orientation et de translation. La dynamique de translation et celle de l'orientation sont exprimées de la manière suivante

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= R(\eta_2)V \\ \dot{\eta}_2 &= J(\eta_2)\Omega \\ M\dot{V} &= -\Omega \times MV - D_V V + (mg - B)R^T e_z + F_1 + F_2 \\ I\dot{\Omega} &= -\Omega \times I\Omega - V \times MV - D_\Omega \Omega + \left(R^T e_z \times \bar{B}G\right) B - F_1 \times \bar{P}_1 G - F_2 \times \bar{P}_2 G \end{aligned} \quad (6.2)$$

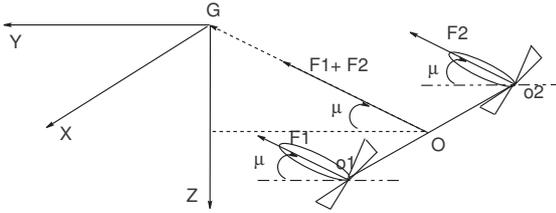


Fig. 6.2. Disposition des propulseurs.

Les notations suivantes ont été adoptées,

- $m$ , masse du dirigeable (carène, nacelle, propulseurs, etc.),
- $M$ , matrice de masse ( $3 \times 3$ ) (masse d'air ajoutée),
- $I$ , matrice d'inertie ( $3 \times 3$ ) par rapport à  $G$ ,
- $D_V$ , matrice qui génère les forces aérodynamiques ( $3 \times 3$ ),
- $D_\Omega$ , matrice qui génère les moments aérodynamiques ( $3 \times 3$ ),
- $F_1$  et  $F_2$ , forces de propulsions (figure 6.2),
- $e_z = (0 \ 0 \ 1)^T$ , vecteur unitaire,
- $B = \rho \Gamma g$ , force de flottabilité,  $\Gamma$  est le volume de la carène,  $\rho$  représente la différence entre la densité de l'air atmosphérique  $\rho_{air}$  et la densité de l'hélium  $\rho_{helium}$  dans l'enveloppe,
- $\bar{P}_{iG}$ , position du  $i^{th}$  propulseur dans  $G$ ,
- 'x' dans (6.2) dénote le produit vectoriel.

**Remarque 7** *La masse d'air ajoutée induit des forces et des moments sur la carène en mouvement et qui sont proportionnels à l'accélération du corps. On suppose aussi que la masse du dirigeable est concentrée en son centre de gravité.*

Considérons la remarque 7, si nous supposons  $XZ$  comme étant un plan de symétrie, la masse et les matrices d'inertie sont données par :

$$M = \begin{pmatrix} m + X_x & 0 & X_z \\ 0 & m + Y_y & 0 \\ Z_x & 0 & m + Z_z \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} I_{xx} + K_x & 0 & -I_{xz} + K_z \\ 0 & I_{yy} + M_y & 0 \\ -I_{xz} + N_x & 0 & I_{zz} + N_z \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

où  $X_x$ ,  $Y_y$  et  $Z_z$  sont les masses virtuelles référencées respectivement par rapport aux axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ .  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  et  $I_{zz}$  sont les inerties par rapport aux axes principaux d'inertie. Les éléments  $K_x$ ,  $M_y$  et  $N_z$  sont les termes d'inertie virtuels autour des axes  $GX$ ,  $GY$  et  $GZ$ . Les matrices de masse et d'inertie sont définies positives. Nous supposerons que les coefficients de masse ajoutées sont constants. Ils peuvent être estimés à partir des rapports d'inertie, du poids et des dimensions du dirigeable. La force aérodynamique peut être décomposée en deux termes, une composante est parallèle à la direction du mouvement et l'autre est perpendiculaire à celle-ci. Soient

$$\begin{aligned} D_V &= \text{diag}(-X_u, -Y_v, -Z_w) \\ D_\Omega &= \text{diag}(-L_p, -M_q, -N_r) \end{aligned} \quad (6.4)$$

La différence entre le poids du dirigeable et la force de flottabilité (agissant vers le haut) est  $(mg - B)R^T e_z$ , alors que le moment est donné par  $B \left( R^T e_z \times \bar{BG} \right)$  ou  $\bar{BG} = (x_B, y_B, z_B)$  représente la position du centre de flottabilité dans  $G$ . A noter que le terme *flottabilité* est utilisé en hydrodynamique et le terme *levée statique* en aérodynamique. Le centre de flottabilité sera adopté pour le point d'action du levée statique. La non coïncidence entre le centre de masse de l'appareil et de son centre de volume (centre de flottabilité) introduira l'effet pendule dans cette dynamique. Afin de remédier à cet effet, le centre de gravité est considéré situé au dessous (sur le même axe  $z$ ) du centre de flottabilité, avec  $\bar{BG} = (0 \ 0 \ z_B)^T$ .

Les forces développées par les deux propulseurs, supposées identiques, tiennent compte de leur orientation  $\mu$  selon :

$$F_1 = \begin{pmatrix} T_m \sin \mu \\ 0 \\ T_m \cos \mu \end{pmatrix}, \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ T_t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

où  $T_m$  et  $T_t$  représentent les poussées dues aux propulseurs qui sont montés respectivement sur la nacelle et le rotor du queue. La construction du modèle de la dynamique du dirigeable intègre les hypothèses suivantes  $\overline{P_1 G} = (0 \ 0 \ P_1^3)^T$  et  $\overline{P_2 G} = (-P_2^1 \ 0 \ 0)^T$ . Ces hypothèses amènent aux modèles cinématique et dynamique suivants :

$$M_\nu \dot{\nu} + C_\nu(\nu)\nu + D_\nu(\nu)\nu + g_\nu(\eta_2) = B_\tau \tau \quad (6.6)$$

$$\dot{\eta} = J(\eta_2)\nu \quad (6.7)$$

et où

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_m \sin(\mu) \\ T_t \\ T_m \cos(\mu) \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

A noter que la transformation (6.8) est un difféomorphisme global.

Dans la suite, nous proposons trois schémas de commande; un schéma instationnaire pour la stabilisation du dirigeable en un point (nos résultats sont dans [?]), le deuxième schéma est basé sur la technique du backstepping, la méthode de Lyapunov et la notion de platitude dans les trois plans de navigation [77] et le dernier schéma traite la trajectoire équilibrante et son intérêt pour le décollage et l'atterrissage [25].

### 6.1.2 Commande instationnaire et stabilisation

Par rapport aux angles d'Euler, la stabilisation a été traitée à travers les paramètres d'Euler. Cette dernière notation offre une facilité d'analyse pour la stabilisation et ne présente aucune singularité. Ces paramètres sont connus aussi sous les paramètres OlindeÛRodrigues ou aussi *quaternions*. Soit  $e$  dénotant ces paramètres qui sont exprimés par un axe de rotation  $n$  et un angle de rotation  $\delta$ . Soit

$$\eta_2 = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\delta}{2}) \\ \sin(\frac{\delta}{2})n_x \\ \sin(\frac{\delta}{2})n_y \\ \sin(\frac{\delta}{2})n_z \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \delta \leq 2\pi \quad (6.9)$$

Selon l'écriture (6.6), en fonction de ces paramètres, la force gravitationnelle est donnée par :

$$(mg - B)R^T e_z = (mg - B) \begin{pmatrix} 2(e_1 e_3 - e_2 e_0) \\ 2(e_2 e_3 + e_1 e_0) \\ 1 - 2(e_1^2 + e_2^2) \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

et le moment engendré :

$$B \left( R^T e_z \times \bar{B}G \right) = B \begin{pmatrix} 2z_B(e_2 e_3 + e_1 e_0) - y_B(1 - 2(e_1^2 + e_2^2)) \\ x_B(1 - 2(e_1^2 + e_2^2)) + 2z_B(e_1 e_3 - e_2 e_0) \\ 2y_B(e_1 e_3 - e_2 e_0) - 2x_B(e_2 e_3 + e_1 e_0) \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

On suppose que  $|\delta| < \pi$ , i.e.  $e_0 > 0$ .

### Obstruction aux conditions de Brockett

Dans un premier temps, on montre que le dirigeable est non stabilisable par un retour d'état continue dépendant uniquement de l'état du système. Ce résultat est due à la non vérification des conditions de Brockett [37]. Ainsi, au vu des résultats de Coron [52], l'application de la théorie de commande linéaire classique et/ou la théorie de commande non linéaire tel que le retour d'état linéarisant ne conduit pas à une commande stabilisante. On propose une commande explicite, instationnaire, périodique et continue à travers les trois entrées de commande. On aboutit à la proposition suivante :

**Proposition 2** *Le modèle (6.6)-(6.7) n'est pas stabilisable par une commande stationnaire fonction uniquement de l'état.*

**Preuve.** Pour la démonstration, voir Annexe B, Section B.1. ■

La commande instationnaire qui stabilise localement le dirigeable à l'équilibre est formulée dans la proposition suivante.

**Proposition 3** *En considérant les commandes auxiliaires suivantes,*

$$\begin{aligned} p_d &= -k^r r - k^{e_3} e_3 - k^{e_1} e_1 + \frac{k^v v + k^y y}{\sqrt{|v| + |y|}} \sin\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \\ w_d &= -k^z z + 2\sqrt{|v| + |y|} \sin\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \\ q_d &= -k^{e_2} e_2 - k^x x - k^u u \end{aligned} \quad (6.12)$$

et pour le système (6.6) les entrées,

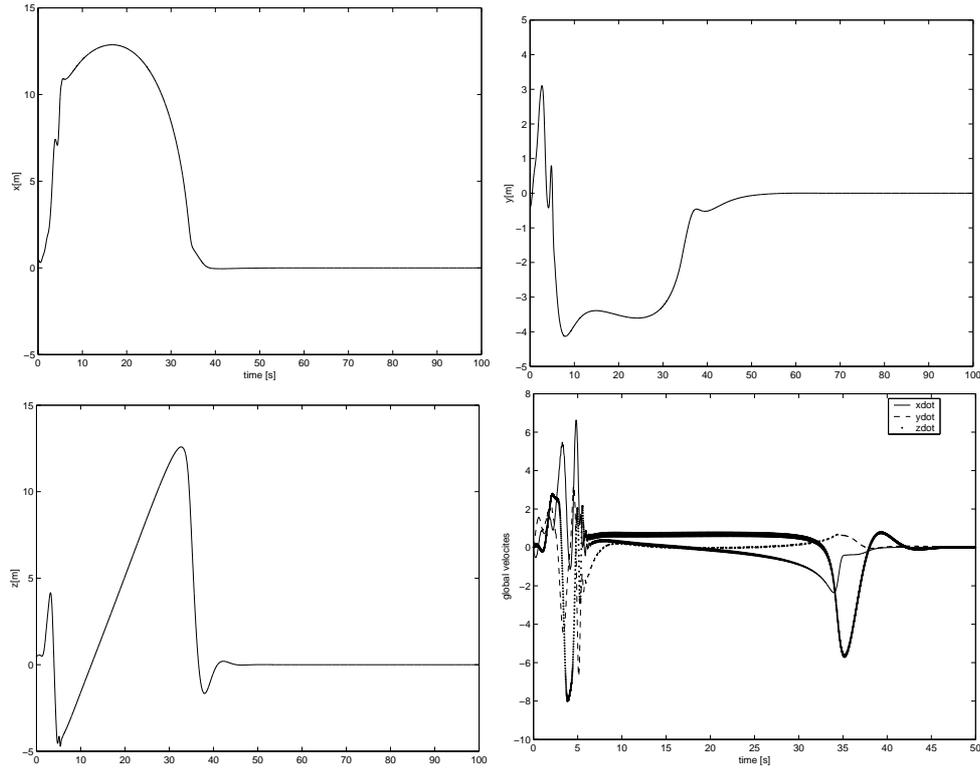
$$\begin{aligned} \tau_1(\nu, \eta, t) &= \frac{1}{P_1^3} ((I_{22}k^q - M_q)q - I_{22}k^q q_d + 2Bz_b e_2) \\ \tau_2(\nu, \eta, t) &= \frac{1}{P_2^1 I_{13}} (-(\Delta k^p + L_p I_{33})p + \Delta k^p p_d - 2Bz_b e_1 I_{33}) + \frac{N_r}{P_2^1} r \\ \tau_3(\nu, \eta, t) &= (m_{33}k^w - Z_w)w - m_{33}k^w w_d + (B - mg) \end{aligned} \quad (6.13)$$

avec  $\Delta = I_{13}^2 - I_{11}I_{33}$ . Pour le choix adéquat des gains  $k^r, k^{e_3}, k^{e_1}, k^z, k^{e_2}, k^x$  et  $k^u$ , il existe  $\varepsilon_0$  tel que pour tout  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ , avec des gains larges  $k^q, k^p$  et  $k^w$ , le retour d'état (3)-(6.13) stabilise localement et exponentiellement le système (6.6)-(6.7).  $\varepsilon$  est un paramètre à ajuster.

**Preuve.** Les éléments de ces résultats sont dans l'Annexe B, Section B.2. ■

### Analyses des résultats de simulation

Le plus léger que l'air ( $\rho_{helium} < \rho_{air}$ ) utilisé en simulation est le AS200 conçu par *Airspeed Airships*. C'est un dirigeable piloté à distance conçu pour la télé-détection. Ses caractéristiques sont: longueur 6m, de diamètre 1.4m et de volume  $7.6m^3$ . Dans cette section, nous présentons quelques résultats de simulation. Guidé par la théorie de commande linéaire, appliquée à la linéarisation, nous avons choisi les paramètres de commande suivants:  $k_p = 0.35$ ,  $k_q = 0.01$ ,  $k_w = 0.2$ ,  $k_v = 1.5$ ,  $k_r = 2$ ,  $k_{e_2} = 1$ ,  $k_x = 1$ ,  $k_u = 0.7$ ,  $k_{e_1} = 0.1$ ,  $k_{e_3} = 1.1$ ,  $k_y = 1.48$ ,  $k_z = 0.2$  et  $\varepsilon = 0.0002$ . La configuration initiale est telle que  $(x(0), y(0), z(0), e_1(0), e_2(0), e_3(0))^T = (4, 5, 0, 0.1, 0.1, 0.1)^T$ . Initialement, le dirigeable est au repos. La figure 6.3 montre la convergence de l'état vers l'équilibre. L'allure des vitesses par rapport au référentiel fixe est aussi esquisée. Des oscillations sont enregistrées au départ de l'algorithme qui sont dues aux termes périodiques dans la commande. Les propriétés de stabilité de l'appareil sont influencées par la force gravitationnelle qui introduit un terme



**Fig. 6.3.** Stabilisation de  $(x, y, z)$  et allure des vitesses globales

de dérive dans le modèle sous actionné. La stabilisation d'un dirigeable offre un défi en termes d'analyses et de résultats si les termes de dérive sont non nuls. Nous avons montré qu'un dirigeable représenté par notre modèle n'est pas stabilisable par un retour d'état continu dépendant purement de l'état. Nous avons discuté le problème de la stabilisation d'un dirigeable et nous avons employé le fait que les champs de vecteurs d'entrée sont homogènes du degré un par rapport à la dilatation. Nos résultats se distinguent par la forme explicite et continue de la commande. Cette commande stabilise uniformément le douze variables d'état. Cependant, la modélisation appropriée des autres effets aérodynamiques doit être étudiée. Dans cette partie, nous avons étudié seulement les propriétés locales. Cependant, nous pouvons considérer le fait que la stabilité asymptotique pour le système ramené à sa moyenne implique la stabilité asymptotique semi-globale pour le système réel.

## 6.2 Trajectoires équilibrantes pour le décollage et l'atterrissage

Dans cette section, on réduit le mouvement du dirigeable sur sa trajectoire d'équilibre. Comme pour tout engin volant l'analyse du système sur cette trajectoire permet de valider à la fois le modèle et la conception de l'appareil. En terme de gain d'énergie, on montre qu'un vol adoptant l'équilibre relatif est recommandé. Nos résultats ont permis de faire décoller et atterrir l'engin d'une manière stable en tenant compte de son sous actionnement. Afin de faciliter la conception de la commande, on développe le modèle cinématique-dynamique donné par (6.2) selon les écritures (6.14-6.15).

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= \frac{1}{m_{11}}(X_u u + m_{22}rv - m_{33}qw) + \frac{1}{m_{11}}(B - mg)s_\theta + \frac{1}{m_{11}}\tau_1 \\
\dot{v} &= \frac{1}{m_{22}}(Y_v v + m_{33}pw - m_{11}ru) + \frac{1}{m_{22}}(-B + mg)c_\theta s_\phi + \frac{1}{m_{22}}\tau_2 \\
\dot{w} &= \frac{1}{m_{33}}(Z_w w + m_{11}qu - m_{22}pv) + \frac{1}{m_{33}}(-B + mg)c_\theta c_\phi + \frac{1}{m_{33}}\tau_3 \\
\dot{p} &= \frac{1}{\Delta} \{-I_{33}L_p p + I_{13}N_r r + (I_{33}^2 + I_{13}^2 - I_{33}I_{22})qr + I_{13}(I_{11} - I_{22} + I_{33})pq \\
&\quad + I_{13}(X_u - Y_v)uw + I_{33}(Z_z - Y_v)vw\} - \frac{1}{\Delta}I_{33}Bz_b c_\theta s_\phi - \frac{1}{\Delta}I_{13}P_2^1 \tau_2 \\
\dot{q} &= \frac{1}{I_{22}} \{M_q q + I_{13}p^2 - I_{13}r^2 + (I_{11} - I_{33})pr + (X_u - Z_z)uw\} \\
&\quad + \frac{1}{I_{22}}Bz_b s_\theta + \frac{1}{I_{22}}P_1^3 \tau_1 \\
\dot{r} &= \frac{1}{\Delta} \{I_{13}L_p p - I_{11}N_r r + (-I_{13}^2 - I_{11}^2 + I_{11}I_{22})pq + I_{13}(-I_{11} + I_{22} - I_{33})qr \\
&\quad + I_{11}(Y_v - X_u)uw + I_{13}(Y_v - Z_z)vw\} + \frac{1}{\Delta}I_{13}Bz_b c_\theta s_\phi + \frac{1}{\Delta}I_{11}P_2^1 \tau_2
\end{aligned} \tag{6.14}$$

connecté aux six équations suivantes de la cinématique

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= c_\psi(c_\theta u + s_\theta s_\phi v + s_\theta c_\phi w) + s_\psi(-c_\phi v + s_\phi w) \\
\dot{y} &= s_\psi(c_\theta u + s_\theta s_\phi v + s_\theta c_\phi w) - c_\psi(-c_\phi v + s_\phi w) \\
\dot{z} &= -s_\theta u + s_\phi c_\theta v + c_\phi c_\theta w \\
\dot{\phi} &= p + t_\theta(s_\phi q + c_\phi r) \\
\dot{\theta} &= c_\phi q - s_\phi r \\
\dot{\psi} &= \frac{1}{c_\theta}(s_\phi q + c_\phi r)
\end{aligned} \tag{6.15}$$

où  $\Delta = I_{13}^2 - I_{11}I_{22} \neq 0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_3$  sont les entrées de commande du système (voir la relation 6.8).

Les caractéristiques fondamentales du vol sont en général: vol direct pour une altitude choisie, vol pour le décollage et l'atterrissage et vol de croisière pour une trajectoire à une hauteur donnée. L'équilibre relatif est caractérisé par la capacité d'atteindre un vol avec des entrées de commande maintenues fixes, d'où un gain en énergie. Une manoeuvre équilibrée de vol est caractérisée par le taux de changement en amplitude du vecteur d'état du dirigeable (dans le repère lié au corps mobile) avec l'application d'une résultante fixe des forces et des moments. Dans une manoeuvre équilibrée, le dirigeable accélère sous l'action des forces et des moments aérodynamiques et de gravité différents de zéro. Ces effets seront équilibrés par des effets tels que les forces et les moments d'inertie centrifuges et gyroscopiques. Le problème de l'équilibre est généralement formulé de la manière suivante :

$$\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = 0 \quad (6.16)$$

En utilisant (6.15), la vitesse angulaire peut être réécrite comme :

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi}s_{\theta}; \quad q = \dot{\theta}c_{\phi} + \dot{\psi}s_{\phi}c_{\theta}; \quad r = -\dot{\theta}s_{\phi} + \dot{\psi}c_{\phi}c_{\theta} \quad (6.17)$$

La dérivée par rapport au temps et l'annulation de ces quantités donnent :

$$p_0 = -\dot{\psi}_0s_{\theta_0}; \quad q_0 = \dot{\psi}_0c_{\theta_0}s_{\phi_0}; \quad r_0 = \dot{\psi}_0c_{\theta_0}c_{\phi_0} \quad (6.18)$$

Une des solutions est donnée par:  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\dot{\theta} = 0$  et  $\dot{\psi} = \dot{\psi}_0$ . Alors  $\phi = \phi_0$ ,  $\theta = \theta_0$  et  $\psi = \dot{\psi}_0t$  et ou  $\phi_0$ ,  $\theta_0$  et  $\dot{\psi}_0$  sont des constantes. Les trajectoires équilibrantes de (6.15) sont caractérisées par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a_x c_{(\dot{\psi}_0 t)} + b_x s_{(\dot{\psi}_0 t)} \\ \dot{y} &= a_y c_{(\dot{\psi}_0 t)} + b_y s_{(\dot{\psi}_0 t)} \\ \dot{z} &= \dot{z}_0 = -s_{\theta_0} u_0 + c_{\theta_0} s_{\phi_0} v_0 + c_{\theta_0} c_{\phi_0} w_0 \end{aligned} \quad (6.19)$$

les coefficients dans (6.19) sont tels que :

$$\begin{aligned} a_x &= u_0 \cos \theta_0 + v_0 \sin \phi_0 \sin \theta_0 + w_0 \cos \phi_0 \sin \theta_0 \\ b_x &= -v_0 \cos \phi_0 + w_0 \sin \phi_0 \\ a_y &= -b_x; \quad b_y = a_x \end{aligned} \quad (6.20)$$

L'abscisse curviligne est  $s = V_e t = t\sqrt{u_0^2 + v_0^2 + w_0^2}$  et on suppose que le mouvement est uniforme, alors :

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_x}{\dot{\psi}_0} \sin\left(\frac{\dot{\psi}_0}{V_e} s\right) - \frac{b_x}{\dot{\psi}_0} \cos\left(\frac{\dot{\psi}_0}{V_e} s\right) \\ y &= -\frac{b_x}{\dot{\psi}_0} \sin\left(\frac{\dot{\psi}_0}{V_e} s\right) - \frac{a_x}{\dot{\psi}_0} \cos\left(\frac{\dot{\psi}_0}{V_e} s\right) \\ z &= \frac{\dot{z}_0}{V_e} s \end{aligned} \quad (6.21)$$

La trajectoire représentée par ces équations sont des spirales d'axe vertical avec un rayon de courbure constant. La manoeuvre d'équilibre la plus général rassemble à un mode en rotation. L'état d'équilibre peut être alors une rotation, autour de l'axe vertical, traduisant la descente ou la montée (la densité et la température de l'air constantes) à vitesse constante. Dans les conditions de vol conventionnelles, le vol plané, le vol de croisière et la rotation font également partie des trajectoires équilibrantes.

#### Résultats sur le suivi d'une trajectoire équilibrante

Dans l'objectif d'atteindre une altitude donnée, une trajectoire de type hélice a été adoptée pour la montée et la descente. Comme nous pouvons remarquer, le modèle dynamique du dirigeable présente une structure complexe par rapport au degré d'accouplement entre les variables. Cette complexité est due à la représentation locale du modèle (effets gyroscopiques). Afin d'adapter ces équations à la commande, nous proposons des changements réguliers sur les vitesses, à savoir :

$$\begin{aligned} U &= c_\theta u + s_\theta s_\phi v + s_\theta c_\phi w \\ V &= -c_\phi v + s_\phi w \\ W &= -s_\theta u + c_\theta s_\phi v + c_\theta c_\phi w \end{aligned} \quad (6.22)$$

et pour les coordonnées cartésiennes

$$z_1 = c_\psi x + s_\psi y; \quad z_2 = -s_\psi x + c_\psi y; \quad z_3 = z \quad (6.23)$$

et de même pour les vitesses d'orientations telle que  $\theta \in ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

$$Q = \frac{1}{c_\theta}(s_\phi q + c_\phi r); \quad R = c_\phi q - s_\phi r; \quad P = p \quad (6.24)$$

Dans la nouvelle base  $(U, V, W, P, Q, R, z_1, z_2, z_3, \phi, \theta, \psi)$ , le modèle du dirigeable s'écrit:

$$\begin{aligned}
\dot{U} &= RW - (P + s_\theta Q)s_\theta V + c_\theta \dot{u} + s_\theta s_\phi \dot{v} + s_\theta c_\phi \dot{w} \\
\dot{V} &= (P + s_\theta Q)(s_\phi u + c_\phi w) - c_\phi \dot{v} + s_\phi \dot{w} \\
\dot{W} &= -RU - (P + s_\theta Q)c_\theta v - s_\theta \dot{u} + c_\theta s_\phi \dot{v} + c_\theta c_\phi \dot{w} \\
\dot{P} &= \dot{p}; \quad \dot{Q} = \frac{1}{c_\theta} (R(P + 2Qs_\theta) + s_\phi \dot{q} + c_\phi \dot{r}); \quad \dot{R} = -c_\theta(P + s_\theta Q)Q + c_\phi \dot{q} - s_\phi \dot{r} \\
\dot{z}_1 &= Qz_2 + U; \quad \dot{z}_2 = -Qz_1 - V; \quad \dot{z}_3 = W \\
\dot{\phi} &= P + s_\theta Q; \quad \dot{\theta} = R; \quad \dot{\psi} = Q
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Considérons les conditions d'un vol équilibrant, la trajectoire de référence est donnée par

$$\begin{aligned}
\dot{U}^r &= 0; \quad \dot{V}^r = 0; \quad \dot{W}^r = 0 \\
\dot{P}^r &= 0; \quad \dot{Q}^r = 0; \quad \dot{R}^r = 0 \\
\dot{z}_1^r &= Q^r z_2^r + U^r; \quad \dot{z}_2^r = -Q^r z_1^r - V^r; \quad \dot{z}_3^r = W^r \\
\dot{\phi}^r &= 0; \quad \dot{\theta}^r = 0; \quad \dot{\psi}^r = \dot{\psi}_0^r
\end{aligned} \tag{6.26}$$

On définit l'erreur par  $e_{\chi_i} = \chi_i - \chi_i^r$  et sa dérivée par rapport au temps  $\dot{e}_{\chi_i} = \dot{\chi}_i - \dot{\chi}_i^r$ . La dynamique du système d'erreurs s'écrit

$$\begin{aligned}
\dot{e}_U &= RW - (P + s_\theta Q)s_\theta V + c_\theta \dot{u} + s_\theta s_\phi \dot{v} + s_\theta c_\phi \dot{w} \\
\dot{e}_V &= (P + s_\theta Q)(s_\theta U + c_\theta W) - c_\phi \dot{v} + s_\phi \dot{w} \\
\dot{e}_W &= -RU - (P + s_\theta Q)c_\theta v - s_\theta \dot{u} + c_\theta s_\phi \dot{v} + c_\theta c_\phi \dot{w} \\
\dot{e}_P &= \dot{P}; \quad \dot{e}_Q = \frac{1}{c_\theta} (R(P + 2s_\theta Q) + s_\phi \dot{q} + c_\phi \dot{r}) \\
\dot{e}_R &= -c_\theta(P + s_\theta Q)Q + c_\phi \dot{q} - s_\phi \dot{r} \\
\dot{e}_{z_1} &= Q^r e_{z_2} + z_2 e_Q + e_U; \quad \dot{e}_{z_2} = -Q^r e_{z_1} - z_1 e_Q - e_V; \quad \dot{e}_{z_3} = e_W \\
\dot{e}_\phi &= P + s_\theta Q; \quad \dot{e}_\theta = e_R; \quad \dot{e}_\psi = e_Q
\end{aligned} \tag{6.27}$$

Notons que le système ci-dessus présente comme vecteur d'entrée  $(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  à travers les dynamiques  $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$ . Dans l'objectif de faire apparaître ces entrées, nous avons la proposition suivante.

**Proposition 4** *Sous les retours d'état suivants :*

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= -X_u u - m_{22} r v + m_{33} q w - (B - mg) s_\theta + m_{11} \tau_u \\
 &\quad - \lambda_R \frac{I_{22}}{c_\phi P_1^3} R - \lambda_\theta \frac{I_{22}}{c_\phi P_1^3} e_\theta \\
 \tau_2 &= -m_{33} p w + m_{11} r u - (-B + mg) c_\theta s_\phi + m_{22} \tau_v \\
 &\quad - \lambda_p \frac{I_{33} L_p}{I_{13} P_2^1} p^r - \lambda_Q \frac{\Delta c_\theta}{c_\phi I_{11} P_2^1} e_Q + \frac{\Delta N_r}{P_2^1} r - \lambda_\psi \frac{\Delta c_\theta}{c_\phi I_{11} P_2^1} e_\psi + \lambda_\phi \frac{\Delta}{I_{13} P_2^1} e_\phi \\
 \tau_3 &= -Z_w w - m_{11} q u + m_{22} p v - (-B + mg) c_\theta c_\phi + m_{33} \tau_w
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

on aboutit aux dynamiques suivantes :

$$\dot{u} = \tilde{\tau}_u; \quad \dot{v} = \tilde{\tau}_v; \quad \dot{w} = \tilde{\tau}_w \tag{6.29}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \tilde{\tau}_u &= \tau_u - \lambda_R \frac{I_{22}}{m_{11} c_\phi P_1^3} R - \lambda_\theta \frac{I_{22}}{m_{11} c_\phi P_1^3} e_\theta \\
 \tilde{\tau}_v &= \tau_v - \frac{1}{m_{22}} Y_v v - \lambda_p \frac{I_{33} L_p}{m_{22} I_{13} P_2^1} p^r - \lambda_Q \frac{\Delta}{m_{22} c_\phi I_{11} P_2^1} e_Q + \frac{\Delta N_r}{m_{22} P_2^1} r \\
 &\quad - \lambda_\psi \frac{\Delta}{m_{22} c_\phi I_{11} P_2^1} e_\psi + \lambda_\phi \frac{\Delta}{m_{22} I_{13} P_2^1} e_\phi \\
 \tilde{\tau}_w &= \tau_w
 \end{aligned}$$

$(\tau_u, \tau_v, \tau_w)$  vont être spécifiées par la suite.

Les trois premières équations, déduites à partir de (6.27- 6.29), peuvent être transformées selon:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_U &= RW - (P + s_\theta Q) s_\theta V + c_\theta \tilde{\tau}_u + s_\theta s_\phi \tilde{\tau}_v + s_\theta c_\phi \tilde{\tau}_w \\
 \dot{e}_V &= (P + s_\theta Q) (s_\theta U + c_\theta W) - c_\phi \tilde{\tau}_v + s_\phi \tilde{\tau}_w \\
 \dot{e}_W &= -RU - (P + s_\theta Q) c_\theta v - s_\theta \tilde{\tau}_u + c_\theta s_\phi \tilde{\tau}_v + c_\theta c_\phi \tilde{\tau}_w
 \end{aligned} \tag{6.30}$$

Ainsi, un retour d'état linéarisant peut être proposé pour (6.30),

$$\begin{pmatrix} \tilde{\tau}_u \\ \tilde{\tau}_v \\ \tilde{\tau}_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\theta & s_\theta s_\phi & s_\theta c_\phi \\ 0 & -c_\phi & s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tau_U - (RW - (P + s_\theta Q) s_\theta V) \\ \tau_V - (P + s_\theta Q) (s_\theta U + c_\theta W) \\ \tau_W - (-RU - (P + s_\theta Q) c_\theta v) \end{pmatrix} \tag{6.31}$$

et qui ramène le système d'équations à l'écriture suivante :

$$\dot{e}_U = \tau_U; \quad \dot{e}_V = \tau_V; \quad \dot{e}_W = \tau_W \tag{6.32}$$

Les nouvelles entrées auxiliaires  $(\tau_U, \tau_V, \tau_W)$  vont faire l'objet d'une analyse de stabilisation du système. A ce stade, nous analysons l'impact des entrées

$(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ , proposées dans (6.28), sur la dynamique de la rotation, calculée dans les coordonnées  $(P, Q, R)$ . D'après l'analyse faite dans Beji [25], la dynamique de rotation est approximée à la forme linéaire suivante :

$$\begin{aligned}\dot{e}_P &= -\lambda_p \frac{I_{33}L_p}{\Delta} e_P - \lambda_\phi e_\phi \\ \dot{e}_Q &= -\lambda_Q e_Q - \lambda_\psi e_\psi \\ \dot{e}_R &= -\lambda_R e_R - \lambda_\theta e_\theta\end{aligned}\tag{6.33}$$

En introduisant la cinématique du dirigeable, notre analyse de stabilité se base sur le système (6.34-6.35), obtenu après les premiers bouclages trouvés. Par conséquent, le problème de poursuite de la trajectoire équilibrante se transforme en un problème réciproque de stabilisation qui se décompose en deux sous-systèmes entièrement déconnectés. Les entrées de commande sont  $(\tau_U, \tau_V, \tau_W)$  telles que les erreurs du système sont asymptotiquement (exponentiellement) stables au voisinage de l'origine  $0_{R^{12}}$ .

Le premier sous système présentant  $\tau_W$  comme entrée est :

$$\begin{aligned}\dot{e}_W = \tau_W; \dot{e}_P &= -\lambda_p \frac{I_{33}L_p}{\Delta} e_P - \lambda_\phi e_\phi; \dot{e}_R = -\lambda_R e_R - \lambda_\theta e_\theta \\ \dot{e}_{z_3} &= e_W; \dot{e}_\phi = e_P; \dot{e}_\theta = e_R\end{aligned}\tag{6.34}$$

alors que le second sous système ayant  $(\tau_U, \tau_V)$  comme entrée est donné par :

$$\begin{aligned}\dot{e}_U = \tau_U; \dot{e}_V = \tau_V; \dot{e}_Q &= -\lambda_Q e_Q - \lambda_\psi e_\psi \\ \dot{e}_{z_1} &= Q^r e_{z_2} + z_2 e_Q + e_U; \dot{e}_{z_2} = -Q^r e_{z_1} - z_1 e_Q - e_V; \dot{e}_\psi = e_Q\end{aligned}\tag{6.35}$$

Nos résultats de stabilité se résument dans le théorème suivant.

**Théorème 1** *Le retour d'état suivant*

$$\tau_W = -k_W(e_W + k_{z_3} e_{z_3})\tag{6.36}$$

avec  $\lambda_R, \lambda_\theta, \lambda_\phi$  sont des coefficients stables et  $k_W, k_{z_3} > 0$ , Le système d'erreurs  $(e_{z_3}, e_\phi, e_\theta)$  du modèle (6.34) converge exponentielle/asymptotique vers zéro.

De plus, étant données les fonctions :

$$\begin{aligned}u_1 &= -k_{z_1} e_{z_1} - Q^r e_{z_2} - z_2 e_Q \\ u_2 &= -k_{z_2} e_{z_2} - Q^r e_{z_1} - z_1 e_Q\end{aligned}\tag{6.37}$$

et les entrées de commande suivantes pour le sous-système (6.35) :

$$\begin{aligned}\tau_U &= -k_1(e_U - u_1) \\ \tau_V &= -k_2(e_V - u_2)\end{aligned}\tag{6.38}$$

$\lambda_Q$  et  $\lambda_\psi$  sont les coefficients d'un polynôme stable,  $k_1, k_2 > 0$ , alors le vecteur d'erreurs  $(e_{z_1}, e_{z_2}, e_\psi)$  est asymptotiquement stable.

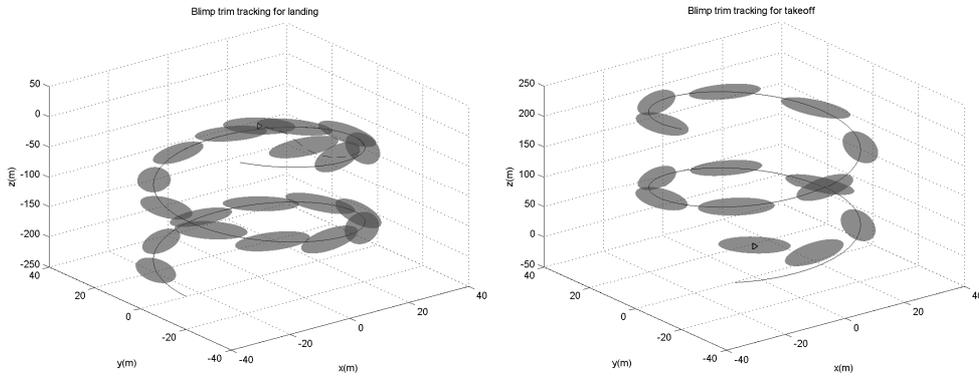
**Preuve.** On remonte l'analyse ci-dessus on retrouve facilement nos résultats (voir aussi [25]).

■

### Résultats de simulation

Les paramètres qui caractérisent le dirigeable sont tels que (USI)

- Masse totale du dirigeable  $m = 9.07$  (masse de la nacelle  $m_n = 1.58$ ).
- Masses ajoutées:  $X_x = 1.13, Y_y = 7.25, Z_z = 7.25, K_x = 0, M_y = 8.87, N_z = 8.87$ .
- Paramètres inertiels:  $I_{xx} = 2.19, I_{yy} = 18.85, I_{zz} = 18.76$  et  $I_{xz} = 0$ .
- Termes d'inertie:  $I_{11} = I_{xx} + K_x = 2.19, I_{22} = I_{yy} + M_y = 27.73, I_{33} = I_{zz} + N_z = 27.63$  et  $I_{13} = -I_{xz} + K_x = 0.22$ .
- $\Delta = I_{13}^2 - I_{11}I_{22} = -60.89$ .
- Positions des forces de commande  $F_1$  et  $F_2$ :  $P_1^3 = 1$  et  $P_2^1 = 3$ .
- Coefficients aérodynamiques:  $X_u = Y_v = Z_w = L_p = N_q = M_r = -10$ .
- Amplitudes gravité et flottabilité:  $mg = 89$  et  $B = 72.2$  ou  $\rho_a = 1.3$ (air) et  $\rho_h = 0.3$ (helium).



**Fig. 6.4.** Hélice équilibrante: montée et descente.

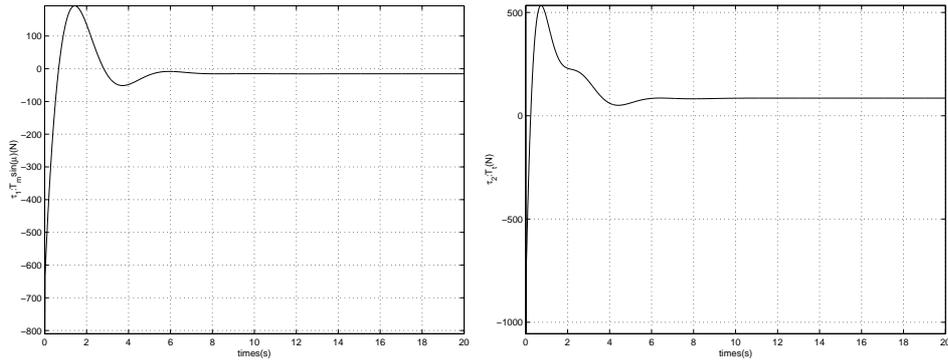


Fig. 6.5. Entrées de commande  $\tau_1$  et  $\tau_2$  (droite).

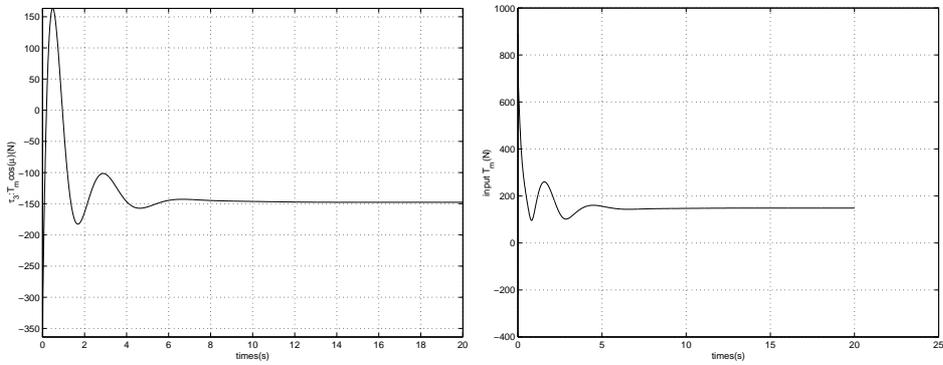


Fig. 6.6. Entrées de commande  $\tau_3$  et  $T_m$  (droite).

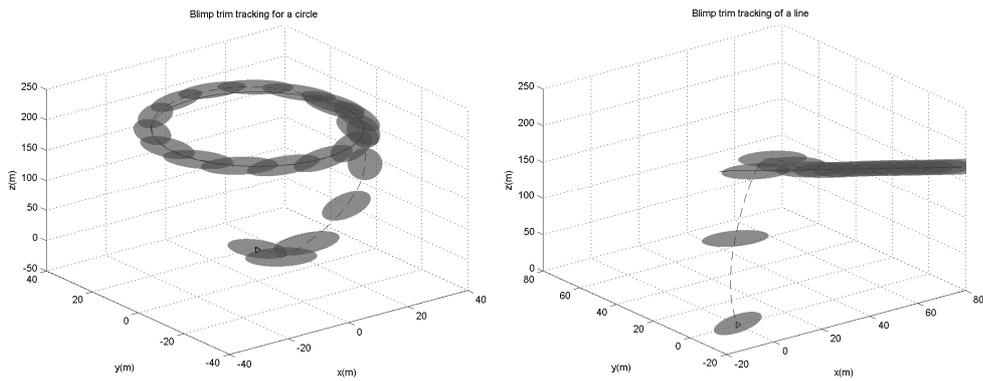


Fig. 6.7. Poursuite d'un Cercle équilibrant et d'une droite équilibrante.

Les figures 6.4 présentées donnent une idée sur la réussite de poursuite d'une trajectoire équilibrante de type hélice et cercle (figure 6.7). Les résultats qui en découlent, qui sont reportés sur les figures 6.5 et 6.6, mettent en

lumière les amplitudes constantes des trois entrées une fois la trajectoire équilibrante est atteinte. L'hélice a été adoptée pour la manoeuvre de décollage et d'atterrissage. Les résultats sont esquissés par la figure 6.4 pour le vol d'atterrissage (à gauche) et le vol de décollage (à droite). Par le choix d'une trajectoire hélicoïdale pour l'atterrissage/décollage du dirigeable, cela limitera la consommation énergétique des propulseurs (figures 6.5, 6.6). En outre, au départ, les valeurs des entrées sont importantes dans le cas où le dirigeable se stabilise sur un cercle (figure 6.7). La question qui reste à résoudre: comment trouver un raccordement entre les différentes trajectoires équilibrantes réduisant la consommation d'énergie et la vibration de l'engin? On apportera des éléments de réponse à cette question dans la section suivante.

### 6.3 Dynamique découplée : commande de navigation dans les trois plans

Dans la perspective d'une application industrielle, on peut s'interroger sur le bien-fondé de la trajectoire équilibrante. D'une part, celle-ci permet d'assurer une économie de l'énergie qui dote l'appareil. Ensuite, le temps requis pour assurer une telle manoeuvre n'est pas minimal, sans oublier le long parcours à suivre pour atteindre une altitude désirée, notamment par la poursuite de l'hélice. Ainsi par la suite, nous engageons une distribution du modèle de la dynamique selon les trois plans de navigation, ceci permettra de réduire les complexités dans le modèle. Alors que pour une bonne caractérisation des propriétés physiques du dirigeable, sortie plate, la non stabilisation par une commande continue et la non linéarisation par retour d'état, etc, la distribution le permet plus aisément au comparaisn avec une conception basée sur le modèle complet. Nous procédons au traitement du problème de poursuite de trajectoire dans divers plans du véhicule à travers divers contrôleurs. Les équations couplées de la dynamique avec la cinématique sont découplées selon les trois plans géométriques. La stabilisation d'une configuration cible dans chaque plan a été résolue par Samaali [77]. Ensuite, nous avons amélioré la solution du problème de navigation en tenant compte les éléments extra-diagonaux de la matrice de masse ajoutées. La non annulation de ces éléments est due essentiellement à la non coïncidence du centre de flottabilité et du centre de masse de l'appareil. Dans deux plans géométriques, nous montrons que la dynamique du dirigeable est contrôlable,

par conséquent plat et la poursuite est basée sur la notion de platitude. Dans le plan horizontal, un algorithme du type backstepping a été proposé pour assurer le vol horizontal équilibré. Les résultats théoriques ont subi une évaluation en simulation.

#### Décomposition du vol d'un dirigeable

Dans le domaine de l'aéronautique, il est courant de découpler les vols d'un engin volant. Afin de réduire le couplage dans les équations du modèle de forme non linéaires et fortement couplées, nous avons choisi de décomposer la dynamique selon trois plans: longitudinal, horizontal et latéral. En suivant cette idée, il est possible d'extraire du modèle d'un dirigeable, trois sous-systèmes qui correspondent aux analyses suivantes :

- dynamique traduisant le mouvement du dirigeable dans le plan longitudinal  $P_{(XGZ)}$ , usuellement décrite par le mouvement des composantes  $(u, q, w)$ . Par la suite, on choisit l'état du système pour la commande est  $\eta_{long} = (x, \theta, z)^T$  et  $\nu_{long} = (u, q, w)^T$ . Ainsi, les dynamiques associées aux mouvements  $p$ ,  $r$  et  $v$  seront négligées ( $p = r = v = 0$ ) et seront pris en compte comme étant des perturbations.
- dynamique dans le plan horizontal  $P_{(XGY)}$  décrite par le mouvement des composantes  $(u, v, r)$ . Par la suite, on prend l'état  $\eta_{hor} = (x, y, \psi)^T$  et  $\nu_{hor} = (u, v, r)^T$ , par conséquent l'effet de  $(p, w, q)$  sur ce mouvement est négligé.
- mouvement dans le plan latéral  $P_{(YGZ)}$  décrit par les composantes  $(w, v, p)$ . Les états  $\eta_{lat} = (y, z, \phi)^T$  et  $\nu_{lat} = (v, w, p)^T$  seront considérés dans l'analyse de la commande. Par conséquent, les dynamiques associées à  $(u, q, r)$  dans ce plan ne seront pas prises en compte.

Dans la section suivante nous explicitons les résultats sur la poursuite de trajectoire dans les trois plans géométriques. Pour la stabilisation d'un point cible sur ces différents plans, on peut se référer à Samaali [77].

#### Navigation dans le plan longitudinal $P_{(XGZ)}$

A partir de l'analyse ci-dessus, la dynamique du dirigeable dans le plan longitudinal  $P_{(XGZ)}$  est réduite au sous-système suivant :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= u; \quad \dot{\theta} = q; \quad \dot{z} = w \\
m_x \dot{u} - X_{\dot{w}} \dot{w} &= x_u u + (F_B - F_G) \theta + \tau_1 \\
m_z \dot{w} - Z_{\dot{u}} \dot{u} &= z_w w - (F_B - F_G) + \tau_3 \\
J_y \dot{q} &= M_q q + F_B z_b \theta + G O_{1z} \tau_1
\end{aligned} \tag{6.39}$$

où on a supposé que l'attitude en tangage reste dans un voisinage de zéro  $\theta \in \vartheta(0)$ . Le vol est considéré à faible vitesse, par conséquent, les effets liés aux termes quadratiques en vitesses (gyroscopiques) sont négligés. Dans l'écriture (B.12), les termes extra-diagonaux de la matrice de masse ajoutée sont  $X_{\dot{w}}$  et  $Z_{\dot{u}}$ . Les changements de variables suivants seront introduits :  $m_x m_z - X_{\dot{w}} Z_{\dot{u}} \neq 0$

$$\begin{aligned}
U &= m_x u - X_{\dot{w}} w \\
W &= m_z w - Z_{\dot{u}} u
\end{aligned} \tag{6.40}$$

Par conséquent, le sous-système prend cette forme :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \alpha U + \beta W \\
\dot{\theta} &= q \\
\dot{z} &= \alpha_1 U + \beta_1 W \\
\dot{U} &= x_u \dot{x} + (F_B - F_G) \theta + \tau_1 \\
\dot{W} &= z_w \dot{z} + \bar{\tau}_3 \\
\dot{q} &= \frac{1}{J_y} (M_q q + F_B z_b \theta + G O_{1z} \tau_1)
\end{aligned} \tag{6.41}$$

La commande  $\bar{\tau}_3 = \tau_3 - (F_B - F_G)$  sera spécifiée en bas avec  $\alpha = \frac{m_z}{\Delta}$ ,  $\beta = \frac{X_{\dot{w}}}{\Delta}$ ,  $\alpha_1 = \frac{Z_{\dot{u}}}{\Delta}$ ,  $\beta_1 = \frac{m_x}{\Delta}$  et  $\Delta = m_x m_z - X_{\dot{w}} Z_{\dot{u}}$ .

Rappelons à présent le théorème utile suivant:

**Théorème 2** (*Forme de Brunovsky*) [65, 75]: *Pour un système  $\dot{\chi} = A\chi + Bu$ , si la matrice de commandabilité  $C = (B, AB, \dots, A^{n-1}B)$  est telle que  $\text{rank}(C) = \text{dim}(\chi) = n$  et si  $\text{rank}(B) = \text{dim}(u) = m$  alors il existe une transformation de forme  $z = M\chi$  ( $M$  est une matrice inversible  $n \times n$ ) et un retour d'état statique  $u = Kz + Nv$  ( $N$  est une matrice inversible  $m \times m$ ), tels que, en termes de  $(z, v)$ , on a ( $m$  équations différentielles d'ordre  $\geq 1$ ):*

$$y^{(\alpha_1)} = v_1, \dots, y^{(\alpha_m)} = v_m$$

ayant comme état

$$z = (y_1; y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(\alpha_1-1)}, \dots, y_m; y_m^{(1)}, \dots, y_m^{(\alpha_m-1)})$$

Les  $\alpha_i$  sont des entiers positifs. Les  $m$  quantités  $y_j$  sont des combinaisons linéaires de l'état  $\chi$ , appelées **sorties de Brunovsky**.

Nos résultats sont contenus dans le Lemme suivant :

**Lemme 2** *Sous l'hypothèse que les paramètres du dirigeable ne sont pas variables dans le temps, la dynamique linéaire dans le plan  $P_{(XGZ)}$  (B.13) est commandable et prend la forme de Brunovsky, par conséquent, le sous-système est plat et le nombre de sorties plates est égal aux entrées.*

**Preuve.** (voir Annexe B, Section B.3). ■

Dans le plan  $P_{(XGZ)}$ , la navigation du dirigeable peut être assurée par les deux sorties plates  $(y_1, y_2)$  qui sont calculées selon la procédure dans l'Annexe B, Section B.3 (les détails sont dans [33]). Par conséquent, on peut guider le dirigeable sur ce plan à travers ces deux 'points'. Cette propriété physique est presque présente sur tous les systèmes mécanique alors qu'elle est difficile à calculer. En plus, on peut ne pas trouver une sortie plate unique et elle peut ne pas appartenir au système. Néanmoins une fois trouvée, cette sortie facilite le calcul de la commande. Sur la notion de platitude différentielle, qui a été initié à l'origine par Fliess, on peut consulter [74]. A présent et sans les détails de calcul, nous aboutissons aux résultats de ce théorème.

**Théorème 3** *Pour une trajectoire de référence suffisamment régulière  $(x_r, \theta_r, z_r)$ , par conséquent pour  $(y_{1r}, y_{2r})$ , soient  $e_{y_1} = y_1 - y_{1r}$  et  $e_{y_2} = y_2 - y_{2r}$ , le choix suivant :*

$$\begin{aligned} y_1^{(3)} &= y_{1r}^{(3)} - k_1 \ddot{e}_{y_1} - k_2 \dot{e}_{y_1} - k_3 e_{y_1} \\ y_2^{(3)} &= y_{2r}^{(3)} - \bar{k}_1 \ddot{e}_{y_2} - \bar{k}_2 \dot{e}_{y_2} - \bar{k}_3 e_{y_2} \end{aligned} \quad (6.42)$$

permet d'en déduire les entrées de commande :

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= \frac{1}{GO_{1z}} (J_y (-\frac{1}{\delta_2} (y_{1r}^{(3)} - k_1 \ddot{e}_{y_1} - k_2 \dot{e}_{y_1} - k_3 e_{y_1} \\
 &\quad + y_{2r}^{(3)} - \bar{k}_1 \ddot{e}_{y_2} - \bar{k}_2 \dot{e}_{y_2} - \bar{k}_3 e_{y_2})) - M_q \dot{\theta} - F_b z_b \theta) \\
 \tau_3 &= \frac{1}{\beta} (\frac{1}{\delta_1} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} (y_{1r}^{(3)} - k_1 \ddot{e}_{y_1} - k_2 \dot{e}_{y_1} - k_3 e_{y_1})) \\
 &\quad - \alpha X_u \dot{x}_1 - D_1 \theta - D_2 \dot{\theta} - \beta Z_w \dot{z} + F_B - F_G)
 \end{aligned} \tag{6.43}$$

qui assurent la convergence asymptotique de  $(x, \theta, z)$  à  $(x_r, \theta_r, z_r)$  quand  $t$  tend vers l'infini. Les gains sont considérés Hurwitz.

**Preuve.** Les détails du calcul sont dans [33]. A présent, en substituant (6.43) dans (B.26), on obtient :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e_{y_1} \\ \dot{e}_{y_1} \\ \ddot{e}_{y_1} \\ e_{y_2} \\ \dot{e}_{y_2} \\ \ddot{e}_{y_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{k}_3 & -\bar{k}_2 & -\bar{k}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{y_1} \\ \dot{e}_{y_1} \\ \ddot{e}_{y_1} \\ e_{y_2} \\ \dot{e}_{y_2} \\ \ddot{e}_{y_2} \end{pmatrix} \tag{6.44}$$

ayant comme polynôme caractéristique  $(\lambda^3 + \lambda^2 k_1 + \lambda k_2 + k_3)(\lambda^3 + \lambda^2 \bar{k}_1 + \lambda \bar{k}_2 + \bar{k}_3)$ . Ceci permet d'appliquer le critère de Hurwitz et d'en déduire les gains  $(k_i, \bar{k}_i)_{i=1,2,3}$ . Alors  $(e_{y_1}, e_{y_2}, e_{y_3})$  converge asymptotiquement vers zero. Afin d'en déduire les expressions du contrôleur (6.43), rappelons que

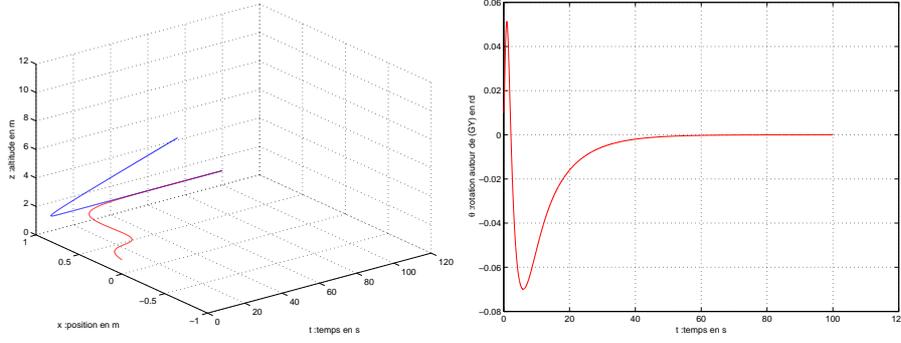
$$\begin{aligned}
 \tau_{x_1} &= \frac{1}{\delta_1} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} y_1^{(3)}) \\
 \tau_\theta &= -\frac{1}{\delta_2} (y_1^{(3)} + y_2^{(3)})
 \end{aligned} \tag{6.45}$$

En substituant  $y_1^{(3)}$  et  $y_2^{(3)}$  dans (6.43), le calcul récursif arrière permet d'en déduire les commandes adéquates dans (6.43). Ceci achève la démonstration. ■

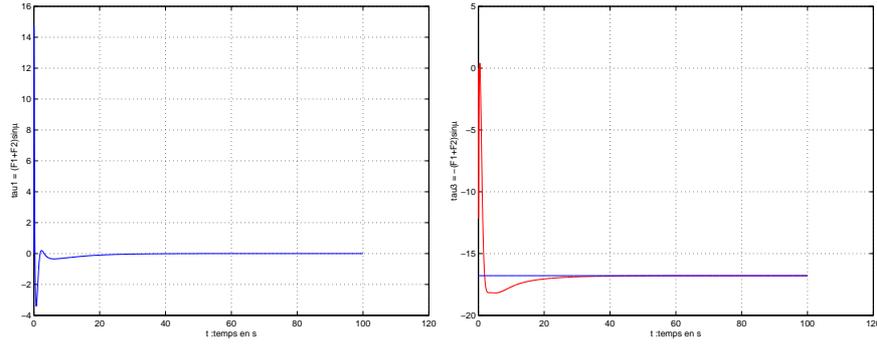
**Tests de simulation dans le plan  $P_{(XGZ)}$ .** Dans le plan  $P_{(XGZ)}$ , la trajectoire de référence est donnée par

$$\begin{aligned}
 x_r(t) &= (C_1/k_0) e^{(k_0 t)} + L_1 \\
 z_r(t) &= \left( \frac{C_1}{X_{\dot{w}} k_0^2} \right) (m_x k_0 - X_u) e^{k_0 t} + L_2 \\
 \theta_r(t) &= 0
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

avec  $C_1 = L_1 = L_2 = 1$ ,  $k_0 = -0.6$ . Le dirigeable est initialement considéré avec  $x_i = q_i = u_i = w_i = 0$ ,  $\theta_i = 0.01$  et  $z_i = 1m$ . Les paramètres des contrôleurs sont  $\bar{k}_1 = 4.1$ ,  $\bar{k}_2 = 4.4$ ,  $\bar{k}_3 = 0.4$ ,  $k_1 = 3.1$ ,  $k_2 = 2.3$  et  $k_3 = 0.2$  et les résultats de simulation sont sur les figures 6.8 et 6.9.



**Fig. 6.8.** Comportement du dirigeable dans  $P_{(XGZ)}$  et allure du tangage  $\theta$ .



**Fig. 6.9.** Entrées de commande dans  $(\tau_1, \tau_3)$  dans  $P_{(XGZ)}$ .

Navigation dans le plan latéral  $P_{(YGZ)}$  On considère un modèle tel que  $\phi \in \vartheta(0)$ , dans le plan latéral, on peut écrire

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= p; \quad \dot{y} = v; \quad \dot{z} = w \\
 \dot{v} &= \frac{1}{m_y} (y_v v - (F_B - F_G)\phi + \tau_2) \\
 \dot{w} &= \frac{1}{m_z} (z_w w - (F_B - F_G) + \tau_3) \\
 \dot{p} &= \frac{1}{J_x} (L_p p + F_B z_b \phi)
 \end{aligned} \tag{6.47}$$

Introduisons les changements  $\tau'_2 = \frac{1}{m_y} (y_v v - (F_B - F_G)\phi + \tau_2)$  et  $\tau'_3 = \frac{1}{m_z} (z_w w - (F_B - F_G) + \tau_3)$ , nous procédons au lemme suivant:

**Lemme 3** *Le sous-système (6.47) est commendable dans le sens de Kalman et présente  $y_1 = y$  et  $y_2 = z$  comme sorties plates dans le sens où*

$$\begin{aligned} y_1 &= y; & \dot{y}_1 &= \dot{y} \\ \ddot{y}_1 &= \tau_2' \\ y_2 &= z; & \dot{y}_2 &= \dot{z} \\ \ddot{y}_2 &= \tau_3' \end{aligned} \quad (6.48)$$

*La poursuite de trajectoire pour le sous-système (6.47) dans le plan  $P_{YGZ}$  est assurée à travers les entrées de commande suivantes*

$$\begin{aligned} \tau_2 &= m_y(\ddot{y}_{1r} - k_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_2(y_1 - y_{1r})) - y_v v + (F_B - F_G)\phi \\ \tau_3 &= m_z(\ddot{y}_{2r} - k_1'(\dot{y}_2 - \dot{y}_{2r}) - k_2'(y_2 - y_{2r})) - z_w w + (F_B - F_G) \end{aligned} \quad (6.49)$$

*et  $(\phi, y, z)$  atteignent  $(\phi_r, y_r, z_r)$  pour le choix adéquat des paramètres du contrôleur.*

**Preuve.** Les dérivées de  $(y, z, \phi)$  par rapport au temps donnent

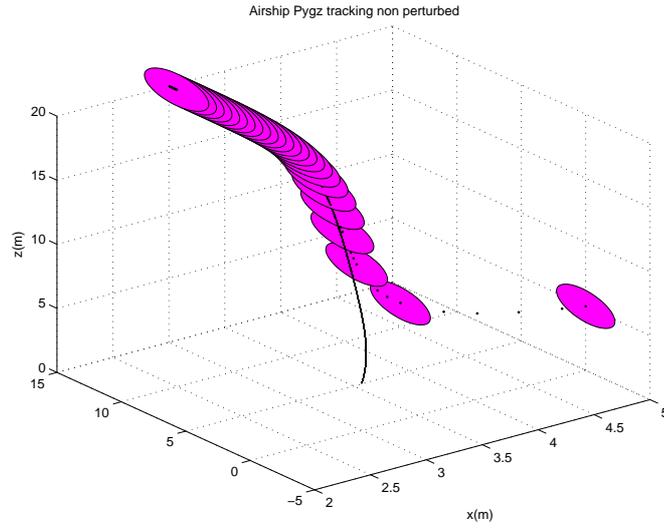
$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{1}{J_x}[L_p \dot{\phi} + F_B z_b \phi] \\ \ddot{y} &= \tau_2' \\ \ddot{z} &= \tau_3' \end{aligned} \quad (6.50)$$

La démonstration s'achève en tenant compte de (6.49). ■

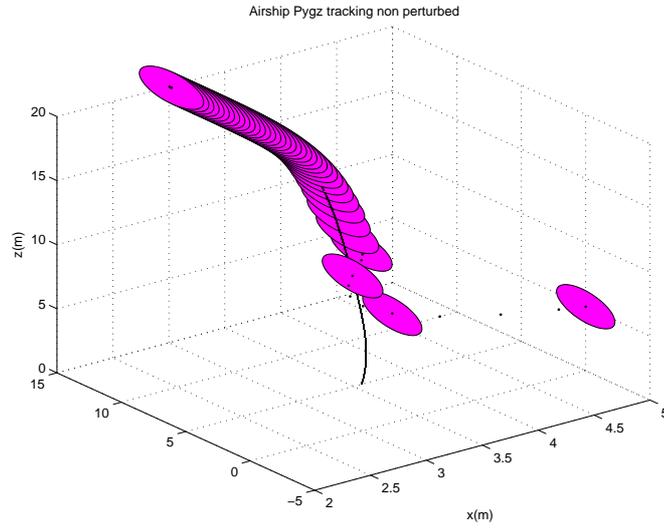
**Tests de simulation dans le plan  $P_{(YGZ)}$ .** A travers la figure (6.10), la trajectoire réelle et de référence montrent le bon comportement du dirigeable dans le plan  $P_{(YGZ)}$ . L'engin est initialement à  $y_i = z_i = 5m$ ,  $\phi_i = 0.1$  et  $v_i = w_i = p_i = 0$ . Les paramètres du contrôleur répondant à cette poursuite sont  $k_1 = k_1' = 10$  et  $k_2 = k_2' = 25$ .

Navigation dans le plan horizontal  $P_{(XGY)}$

Dans le plan  $P_{(XGY)}$ , la dynamique du dirigeable est régie par les équations suivantes:



**Fig. 6.10.** Comportement de poursuite dans le plan  $P_{(YZ)}$ . Modèle non perturbé.



**Fig. 6.11.** Comportement de poursuite dans le plan  $P_{(YZ)}$ . Modèle perturbé avec  $0.5v^2$  et  $0.5w^2$ .

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= c_\psi u - s_\psi v \\
 \dot{y} &= s_\psi u + c_\psi v \\
 \dot{\psi} &= r \\
 m_x \dot{u} &= x_u u + m_y v r + \tau_1 \\
 m_y \dot{v} &= y_v v - m_x u r + \tau_2 \\
 J_z \dot{r} &= (m_x - m_y) v u + N_r r - G o_{3x} \tau_2
 \end{aligned} \tag{6.51}$$

Par comparaison aux deux autres plans, la dynamique dans le plan horizontal est difficile à traiter pour une trajectoire différente du vol équilibré. En effet, cette dynamique est complexe même de point de vue stabilisation car elle ne vérifie pas les conditions du Brockett. Cependant, nous pouvons la simplifier à l'équilibre, car quelques variables ne devraient pas affecter le comportement pour un vol équilibré. Pour la navigation (poursuite) dans ce plan, nous montrons que le cercle ou la ligne droite assureront le vol équilibré. Rappelons que les manoeuvres de montée et descente sont assurées par une trajectoire helicoidale (voir Beji [25]). Ici, nous apportons une solution au problème de poursuite d'un cercle dans le plan horizontal et une réduction dans le modèle intervenant dans ce plan. A présent, nous introduisons la définition d'un vol équilibré, qui peut être formulé de la manière suivante:

$$\dot{u}^r = \dot{v}^r = \dot{r}^r = 0 \quad (6.52)$$

La solution à cette condition d'équilibre est donnée par:

$$\begin{aligned} x^r &= \frac{a_x}{\psi_0^r} \sin(\psi_0^r t) + \frac{b_x}{\psi_0^r} \cos(\psi_0^r t) \\ y^r &= -\frac{a_y}{\psi_0^r} \cos(\psi_0^r t) + \frac{b_y}{\psi_0^r} \sin(\psi_0^r t) \end{aligned} \quad (6.53)$$

avec  $a_x = u_0^r$ ,  $b_x = v_0^r$ ,  $a_y = a_x$  et  $b_y = b_x$ . Cette solution est un cercle centré en  $(0, 0)$  et de rayon  $r^r = \frac{\sqrt{u_0^2 + v_0^2}}{\psi_0^r}$ .

Les transformations régulières suivantes sont utiles dans la suite de l'analyse.

Soient:

$$\begin{aligned} z_1 &= x c_\psi + y s_\psi \\ z_2 &= -x s_\psi + y c_\psi \\ z_3 &= \psi \end{aligned} \quad (6.54)$$

Le dynamique du dirigeable, comme fonction des nouvelles coordonnées, s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= u + r z_2; \quad \dot{z}_2 = v - r z_1; \quad \dot{z}_3 = r \\ \dot{u} &= \frac{1}{m_x} (x_u u + m_y v r + \tau_1) \\ \dot{v} &= \frac{1}{m_y} (y_v v - m_x u r + \tau_2) \\ \dot{r} &= \frac{1}{J_z} ((m_x - m_y) v u + N_r r - G o_{3x} \tau_2) \end{aligned} \quad (6.55)$$

A partir de (6.55), le dynamique de référence est donnée par:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1^r &= u^r + r^r z_2^r \\
\dot{z}_2^r &= v^r - r^r z_1^r \\
\dot{z}_3^r &= r^r \\
\dot{u}^r &= \dot{v}^r = \dot{r}^r = 0
\end{aligned} \tag{6.56}$$

L'objectif est de construire les entrées de commande  $\tau_1$  et  $\tau_2$  assurant un comportement asymptotique du système d'erreurs suivant au voisinage de  $0_{\mathbb{R}^6}$ :  $e_u = u - u^r$ ,  $e_v = v - v^r$ ,  $e_r = r - r^r$ ,  $e_{z_1} = z_1 - z_1^r$ ,  $e_{z_2} = z_2 - z_2^r$  et  $e_{z_3} = z_3 - z_3^r$ . Nous avons la proposition suivante:

**Proposition 5** *Considérons un mouvement de référence réalisable sous une vitesse faible  $v^r = -\frac{N_r}{G_{03xy}} r^r$ . Après un premier bouclage, l'analyse du problème de poursuite dans le plan  $P_{XGY}$  est réduite à:*

$$\begin{aligned}
\dot{e}_u &= \tau_1' \\
\dot{e}_v &= \tau_2' \\
\dot{e}_{r_1} &= D_1(t)e_u + D_2(t)e_v + D_3(t)e_{r_1} \\
\dot{e}_{z_1} &= e_u + z_2^r e_{r_1} + D_4(t)e_v + r^r e_{z_2} \\
\dot{e}_{z_2} &= D_5(t)e_v - z_1^r e_{r_1} - r^r e_{z_1} \\
\dot{e}_{z_3} &= e_{r_1} + D_6(t)e_v
\end{aligned} \tag{6.57}$$

où

$$\begin{aligned}
\tau_1' &= \frac{1}{m_x} (x_u u + m_y v r + \tau_1) \\
\tau_2' &= \frac{1}{m_y} (y_v e_v - m_x (r^r e_u + u^r e_r) + y_v v^r + \tau_2)
\end{aligned} \tag{6.58}$$

Les termes  $D_i(t)_{i=1,6}$  vont être détaillés par la suite.

**Preuve.** Voir Annexe B, Section B.4. ■

Les résultats de stabilité dans le plan  $P_{(XGY)}$  sont regroupés dans le théorème suivant:

**Théorème 4** *Sous (6.58), (B.38) et les retours d'états suivants*

$$\begin{aligned}
\tau_1' &= -k_1(e_u - \tau_1'') \\
\tau_2' &= -k_2(e_v - \tau_2'') \\
\tau_3 &= -k_3(e_{z_{11}} - \tau_3') \\
\tau_4 &= -k_4(e_{z_3} - \tau_4')
\end{aligned} \tag{6.59}$$

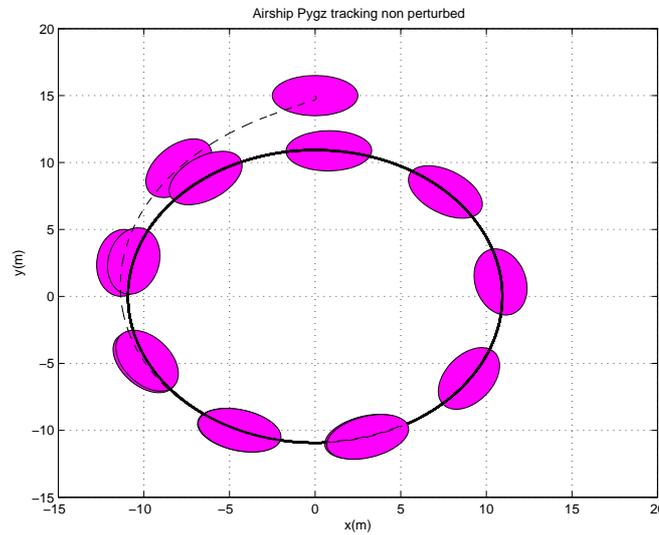
avec  $(k_1, k_2, k_3, k_4)$  sont strictement positifs et grands, le système d'erreurs dans (B.31) est localement exponentiellement stable. On déduit les entrées de commande  $\tau_1$  et  $\tau_2$  selon la procédure itérative ci-dessus.

**Preuve.** Il faut suivre la procédure itérative décrite ci-dessus. ■

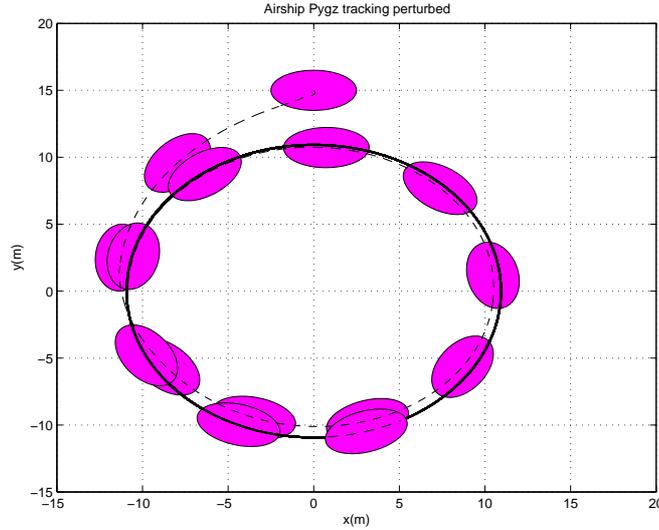
#### Résultats de simulation.

Les figures suivantes montrent le résultat de poursuite pour un cercle, considéré comme trajectoire équilibrante pour la navigation dans le plan  $P_{(XGY)}$ . Les paramètres qui assurent cette poursuite sont  $k_1 = k_2 = k_3 = 20$ ,  $k_4 = 3$  et  $k_5 = k_6 = 0.1$ . L'altitude  $z$  est fixée à  $3m$ . Les commandes proposées garantissent la stabilité de l'engin une fois l'équilibre atteint. Les paramètres intégrés en simulation sont (unités USI):

$$\begin{aligned} m_x &= 10.2; & m_y &= 16.32; & m_z &= 16.32 \\ x_u &= -10; & y_v &= -10; & z_w &= -10; \\ N_r &= -10; & M_q &= -10; & J_y &= 27.73 \\ GO_{3x} &= 3; & GO_{1z} &= 1; & J_z &= 27.63 \end{aligned}$$



**Fig. 6.12.** Poursuite d'un cercle dans le plan horizontal  $P_{(XGY)}$ . Modèle non perturbé



**Fig. 6.13.** Poursuite d'un cercle dans le plan horizontal  $P_{(XGY)}$ . Modèle perturbé par  $4.5v^2$  sur  $t \in [15s, 20s]$

#### 6.4 Conclusion

Les comportements du dirigeable ont été dissociés selon les trois plans de navigation. Dans chaque plan, on a décrit la dynamique avec les entrées qui lui sont appropriées. Rappelons que les 12 variables d'état, qui décrivent la cinématique et la dynamique, devront être contrôlées par les trois entrées de commande. On a montré que le dirigeable est plat (présente une sortie plate) dans les deux plans latéraux, alors qu'il ne présente pas cette caractéristique dans le plan longitudinal. Après avoir identifié la sortie plate, cette propriété a été utile pour la construction de la commande. La procédure itérative de type *backstepping*, bien qu'elle soit lourde dans sa conception, a permis une poursuite équilibrante. Par comparaison aux résultats obtenus pour la stabilisation et les manoeuvres pour le décollage et l'atterrissage, le modèle distribué a permis d'intégrer l'effet des éléments extra-diagonaux de la matrice de masse ajoutée  $(x_{\dot{u}}, z_{\dot{u}})$ . Ces derniers paramètres affectent uniquement la dynamique dans les plans latéraux. Par conséquent, la commande basée sur la platitude dans ces plans, semble être adéquate. Notons aussi que les lois de commande proposées dans chaque plan surmontent le sous actionnement qui est présent même avec la distribution du modèle. Le problème qui nécessite aussi une exploration est le suivant: comment pouvons-nous considérer le maximum des connections dans le modèle pour réussir une navigation qui dépend notamment du modèle globale de dirigeable?

## Autonomie de navigation d'un drone à quatre rotors : cas conventionnel et bidirectionnel

### 7.1 Introduction

Au cours des années précédentes une grande diversité de modèles et de configurations d'hélicoptères a vu le jour, ce par ajout ou retrait des différentes composantes permettant leur commande. La configuration à quatre rotors a attiré de plus en plus l'attention des chercheurs dans le domaine de l'aéronautique. Ainsi la recherche des lois de commande simple, robuste et facilement à être embarquées reste aussi un domaine très vaste. Plusieurs laboratoires travaillent sur la commande des drones et plusieurs lois de commande ont été proposées. Le laboratoire IBISC, via l'équipe VASCO, a développé un nouveau concept d'un quadri-rotors pour des applications extérieures avec une grande autonomie énergétique et réalise le décollage et l'atterrissage d'une manière autonome [17]. Le modèle est présenté sous deux formes; la forme conventionnelle qui rejoint celle proposée dans la littérature mais les rotors sont carénés et l'autre forme qui est bidirectionnelle à laquelle est additionnée l'orientation de deux rotors autour du bras porteur. Ces deux degrés internes ne rajoutent pas de degrés de liberté à l'engin, par contre ils lui permettent d'aborder des virages et changer de direction sans arrêt. C'est aussi une manoeuvre au lacet. D'où l'originalité dans la conception de cet appareil et une motivation de point de vue commande de l'autonomie.

Les premiers travaux sur la commande non-linéaire des hélicoptères ont été orientés vers l'extension de la technique de linéarisation entrée-sortie développée par Hauser et Sastry [84] pour le contrôle d'un avion à décollage et atterrissage vertical (VTOL, PVTOL).

Un modèle de la dynamique d'un quadri-rotor conventionnel a été proposé (formalisme de Newton) par T. Hamel [81, 82] dans le repère local. Les

dynamiques des moteurs sont prises en compte ainsi que des effets aérodynamiques et gyroscopiques des rotors. Les problèmes traités par Hamel sont la modélisation, l'identification de paramètres, l'estimation d'état, et l'intégration de la vision dans la boucle de commande afin d'asservir visuellement le drone à quatre hélices. Castillo et Lozano dans [4, 62, 63] ont proposé une modélisation lagrangienne en prenant en compte les effets des moteurs. Leurs études sont complétées par une commande non-linéaire dite *Nest saturation algorithm* [63]. Quelques tests réels ont vu le jour par cette équipe. Dans [110], Young a présenté les nouvelles configurations de mini-drones et ses applications parmi lesquelles l'hélicoptère à quatre rotors. Dans [10, 16], les auteurs proposent un algorithme de stabilisation pour un hélicoptère à quatre rotors en utilisant la vision comme capteur principal.

Par la suite, je résume les contributions nationale et internationale.

- Modèle d'état et estimation de moments aérodynamiques d'un quatre rotors par Mokhtari [69],
- Modèle d'état et technique  $H_\infty$ , considérés par Mokhtari pour un quatre rotors [70],
- Commande par retour d'état, appliquée pour l'orientation d'un quatre rotors par Tayebi [93, 94],
- Contrôleurs PID et LQ pour le quatre rotors, utilisés par Bouabdallah [48, 49],
- Techniques *mode glissant* et *backstepping*, appliquées par Bouabdallah [50],
- Commande par retour vision d'un hélicoptère quadri-rotor par Altug [10, 15, 16],
- Réseaux neurologiques et commande adaptative par Cao et Hovakimyan [9],
- Temps optimal pour le quatre rotors par Yang [58],
- Méthode du *backstepping* appliquée à la stabilisation d'un X4-flyer par Guenard et Hamel [14] (voir aussi Dzul dans le cas d'un hélicoptère [5]),
- Enfin, un aperçu global sur les quatre rotors en France par Hamel [83].

Les études cités ci-dessus traitent le cas d'un drone à quatre rotors conventionnel. La plupart de drones conventionnels étudiés sont réduits au cas d'un engin unidirectionnel à décollage et à atterrissage vertical, i.e. le cas d'un VTOL. Dans notre cas de figure, nous avons comparé les résultats pour

le cas conventionnel et bidirectionnel. En effet, le concept *drone XSF* est bidirectionnel, mais le fonctionnement de l'engin peut être ramené au cas d'un *X4-flyer* conventionnel. Nous avons résolu le problème de la commande (stabilisation et poursuite) et les difficultés liées à la planification de mouvement par la notion de platitude dont on ait servi pour construire une sortie plate. Cette dernière a été très utile pour faire progresser l'engin d'un point à l'autre. Nous résumons notre contribution aux cas conventionnel et bidirectionnel par les publications suivantes :

- Commande par le lacet ( $\psi$ ) pour le drone bidirectionnel par Mlayeh et Beji [66],
- Platitude pour le drone bidirectionnel par Beji [26],
- Réseaux neurones et floue pour le drone conventionnel par Zemalache, Beji et Maaref [41–44],
- Platitude pour le drone conventionnel par Beji [40],
- Backstepping et Lyapunov pour le drone bidirectionnel par Zemalache, Beji et Maaref [38, 39],
- Commande à structure variable remédiant au singularité dans le modèle pour le drone bidirectionnel par Beji [36].

## 7.2 Conception retenue et ses particularités

Le XSF est un quadri-rotor de  $68 \times 68 \text{ cm}$  de dimension globale qui peut porter une charge de  $2 \text{ kg}$  d'envergure  $50 \text{ cm}$ , avec une durée d'autonomie qui peut atteindre le  $30 \text{ mn}$ . Il est conçu en forme de croix réalisée en fibre de carbone. Chaque extrémité de la croix dispose d'un rotor comprenant un moteur électrique à c.c. et une hélice quadripale carénée. Au centre se trouve un cylindre contenant l'électronique embarquée et qui devrait intégrer une ou plusieurs caméras ainsi que d'autres capteurs (figure 7.1).

Afin d'éliminer les anti-couples entre les hélices et d'assurer une stabilité en lacet (figure 7.2 (gauche)), les rotors 1 et 2 tournent dans le sens contraire des rotors 3 et 4. L'innovation de l'XSF par rapport au quadrirotor conventionnel (figure 7.2 (droite)) est le pivotement des supports qui portent les rotors 1 et 3, ce pivotement assure soit le mouvement rectiligne horizontal à l'avant ou à l'arrière, soit le mouvement de rotation autour de l'axe du lacet, ou une combinaison de ces deux mouvements pour la poursuite d'un virage [27].

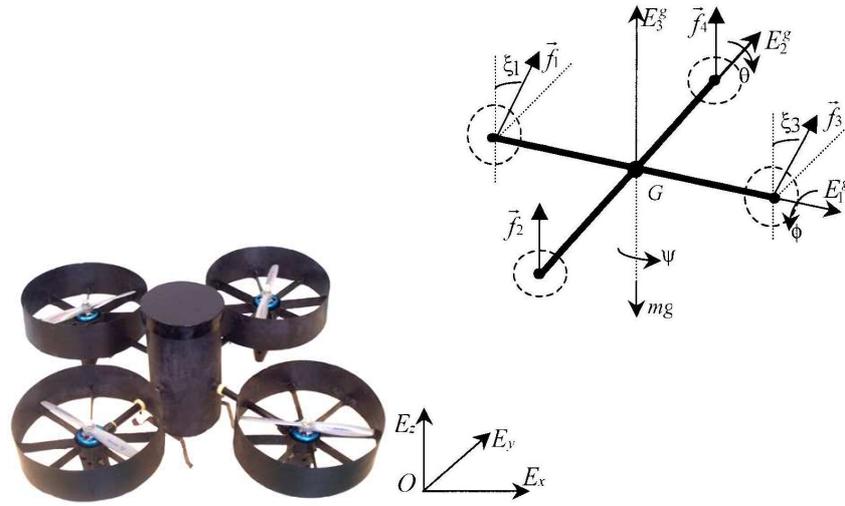


Fig. 7.1. Schéma du drone IBISC et ses paramètres

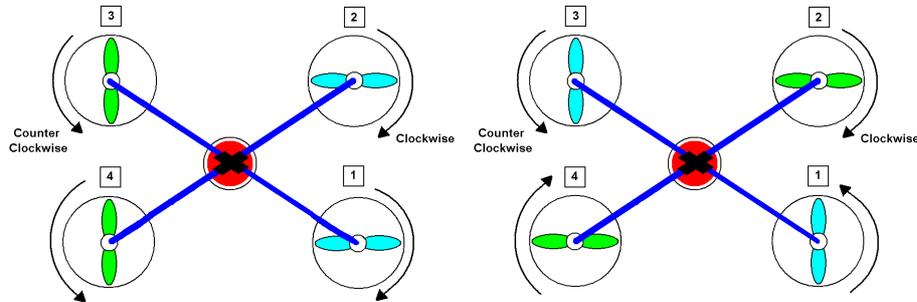


Fig. 7.2. Sens de rotation des rotors: cas bidirectionnel à gauche et cas conventionnel à droite.

### 7.2.1 Dynamique dans un repère inertiel

On présente la dynamique pour le drone capable d'un vol d'avancement rapide et d'un vol stationnaire ou quasi-stationnaire. Un tel modèle peut être effectué dans un repère local lié au drone dit *modèle local*, ou encore dans un repère global supposé fixe dit *modèle global*. Plusieurs auteurs se sont inspirés de la dynamique d'un corps rigide associé au fuselage pour aborder la modélisation auquel sont rajoutées les forces aérodynamiques générées par les rotors. Nous citons dans ce sens les travaux de Chriette avec Hamel sur les hélicoptères [54], Castello avec Lozano sur le X4 [63] et Beji avec Abichou [30] sur le X4 bidirectionnel. Pour plus de détails, on peut se référer au livre de Etkin [56] sur la dynamique de vol d'une manière générale. Le modèle qu'on étudie diffère par l'orientation de ses axes par rapport à un modèle conventionnel, les équations seront abordées par le formalisme de Newton.

Néanmoins, pour une bonne comparaison, les deux modèles sont présentés. Pour cela, on associe un repère local, attaché au centre de masse  $G$ , noté par  $\mathfrak{R}_G = \{G, E_1^g, E_2^g, E_3^g\}$  (voir figure 7.1) et un repère global, appelé aussi inertiel, noté par  $\mathfrak{R}_O = \{O, E_x, E_y, E_z\}$ . Considérons le vecteur  $X = (x, y, z)$  pour la position de  $G$  et on utilise les angles d'Euler  $\eta = (\theta, \phi, \psi)$  pour définir l'orientation au cours du temps du repère drone par rapport au repère inertiel, ( $R : \mathfrak{R}_G \rightarrow \mathfrak{R}_O$ ), où  $R \in SO(3)$ .

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -S_\theta u_3 \\
m\ddot{y} &= C_\theta S_\phi u_3 \\
m\ddot{z} &= C_\theta C_\phi u_3 - mg \\
\ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta; \quad \ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi; \quad \ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi
\end{aligned} \tag{7.1}$$

où  $m$  représente la masse et  $g$  le vecteur pesanteur. Les couples  $\tilde{\tau}_{\theta, \phi, \psi}$  sont tels que  $\dot{\eta} = \tilde{\tau}$ . Cette dynamique des rotations est linéarisable et complètement découplée [4, 5, 30, 82]. La force  $u_3$  est appelée l'entrée collective. Ces quatre entrées sont liées aux quatre forces développées par les rotors ( $f_1, f_2, f_3, f_4$ ) et la transformation est régulière dans le cas d'un X4 conventionnel. Notons que  $f_i = K_T \omega_i^2$  et où  $\omega_i$  est la vitesse angulaire du moteur  $i$ ,  $K_T$  est un paramètre constructeur.

L'idée du groupe conception IBISC est de faire propulser le drone à travers l'inclinaison des deux rotors et non de l'engin entier (gain en temps d'autonomie) et de réaliser le mouvement de virage (mouvements horizontal et lacet couplés). On montre par la suite que cette idée améliore la commande de déplacement de l'engin par le lacet. Ce concept nécessite deux servomoteurs, par conséquent un inconvénient par rapport à la masse embarquée. Les deux degrés interne seront notés par  $(\xi_1, \xi_3) \in (-20^\circ, 20^\circ)$ , une rotation autour de l'axe  $E_1^g$ . Les deux supports des moteurs peuvent, soit pivoter dans le même sens pour créer une composante horizontale susceptible de propulser le XSF en translation, soit pivoter en sens inverse pour créer un lacet sans translation. On en déduit le modèle de comportement suivant :

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= S_\psi C_\theta u_2 - S_\theta u_3 \\
m\ddot{y} &= (S_\theta S_\psi S_\phi + C_\psi C_\phi) u_2 + C_\theta S_\phi u_3 \\
m\ddot{z} &= (S_\theta S_\psi C_\phi - C_\psi C_\phi) u_2 + C_\theta C_\phi u_3 - mg \\
\ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta; \quad \ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi; \quad \ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Par rapport à l'X4 conventionnel, on a la commande  $u_2 = f_1 S_{\xi_1} + f_3 S_{\xi_3}$  qui s'ajoute et la force collective qui se transforme en  $u_3 = f_1 C_{\xi_1} + f_3 C_{\xi_3} + f_2 + f_4$ . La transformation entre les forces développées  $(f_1, f_2, f_3, f_4)$  et les entrées de commande dans le modèle  $(u_2, u_3, \tilde{\tau}_\theta, \tilde{\tau}_\phi, \tilde{\tau}_\psi)$  est non régulière. Pour réaliser un tel passage, on a utilisé l'inverse généralisée de la matrice coefficient [106].

### 7.3 Platitude du modèle de l'X4

Nous nous intéressons au problème de la stabilisation et poursuite par platitude dans le cas du modèle conventionnel. Comme pour la plupart de drones à quatre rotors, la dynamique de rotation peut être rendue linéaire via un retour d'état statique. Généralement, la dynamique des attitudes ne pose pas de problème de stabilité, notamment la matrice de découplage, qui est fonction des paramètres inertiels, est inversible pour toutes les configurations admissibles. Ce qui conduit à la convergence de l'orientation vers une configuration désirée  $(\theta_d, \phi_d, \psi_d)$ . Cependant, on ne peut pas se limiter à contrôler les rotations. En effet, les translations en dépendent et l'engin devrait avancer dans les trois directions  $(x, y, z)$ . Dans une mission, ce qui est important à maîtriser, c'est le déplacement de l'appareil avec des attitudes bornées. Nous proposons de faire guider le X4 par sa sortie dite plate à partir de laquelle sont construites les différentes commandes. La sortie plate est génératrice de la trajectoire de référence, de même pour les entrées de référence. Nous étudions le cas de la stabilisation en un point et la poursuite d'une trajectoire redéfinie. Nous rappelons qu'est ce qu'un système plat.

Un système est plat si nous pouvons trouver un ensemble de sorties (égale en nombre aux entrées) tels que tous les états et les entrées peuvent être déterminés à partir de ces sorties sans intégration. La platitude a été définie par Fliess [74]. Elle a été ensuite bien étudiée de point de vue application par Rouchon [75]. Plus précisément, soit  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état du système et  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur d'entrée, avec

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (7.3)$$

$f$  champ de vecteurs suffisamment dérivable, alors un système est plat si on peut trouver une sortie  $y \in \mathbb{R}^m$  de forme  $y = h(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(r)})$ , tels que  $x = \varphi(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$  et  $u = \alpha(y, \dot{y}, \dots, y^{(q)})$ . Quand un système est plat, c'est une indication que la structure non linéaire du système est bien caractérisée.

Ainsi, on peut exploiter cette structure dans la conception de l'algorithme de commande, pour la planification de mouvement et pour la génération de la référence. Nous avons alors la proposition suivante

**Proposition 6** *Le modèle de l'X4 conventionnel décrit par la dynamique (7.1) est plat et sa sortie plate est donnée par  $\xi = (x, y, z)$ .*

**Preuve** Si nous effectuons la démarche inverse, nous pouvons facilement montrer que ( $u > 0$ )

$$\begin{aligned} u &= m \left( \ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + (\ddot{z} + g)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \phi &= \arctg \left( \frac{\ddot{y}}{\ddot{z} + g} \right); \quad \theta = -\arctg \left( \frac{c_\phi \ddot{x}}{\ddot{z} + g} \right) \end{aligned} \quad (7.4)$$

Leurs dérivées peuvent être aussi calculées en fonction de  $\ddot{\xi}, \xi^{(3)}$ . Les trajectoires  $(x(t), y(t), z(t))$  sont supposées suffisamment dérivables. De même, on peut vérifier que  $\tilde{\tau}_\theta = \alpha_{\tilde{\tau}_\theta}(\xi^{(2)}, \xi^{(3)}, \xi^{(4)})$  et  $\tilde{\tau}_\phi = \alpha_{\tilde{\tau}_\phi}(\xi^{(2)}, \xi^{(3)}, \xi^{(4)})$ . Ainsi les contraintes sur les entrées du système peuvent être recalées sur la courbure de la trajectoire à générer.

## 7.4 Réussite de la stabilisation en un point

On note que l'équilibre de l'X4 conventionnel n'est pas réduit à un point mais à une variété des points, d'où la notion de l'équilibre relatif ou la trajectoire équilibrante. D'une manière générale, cette trajectoire est le résultat d'une écriture de la forme :  $\ddot{x}_d = \ddot{y}_d = \ddot{z}_d = 0$  et  $\ddot{\theta}_d = \ddot{\phi}_d = \ddot{\psi}_d = 0$ . Ceci implique que  $\theta = \phi = 0$ ,  $u = mg$  et  $\tilde{\tau}_\theta = \tilde{\tau}_\phi = 0$ . Par la suite, on cherche à stabiliser tout équilibre de la forme  $(x_d, y_d, z_d, 0, 0, \psi_d)$ . On assume dans un premier temps que  $(\theta, \phi) \in (0, 0)$ , sous cette hypothèse on en réduit :

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -u\theta; \quad m\ddot{y} = u\phi; \quad m\ddot{z} = u - mg \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta; \quad \ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi; \quad \ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi \end{aligned} \quad (7.5)$$

Il est clair qu'on peut ajuster l'altitude  $z$  par l'entrée  $u$  et la dynamique de  $\psi$  fera l'objet d'une étude à part. Une fois la commande  $u$  est fixée,  $\theta$  et  $\phi$  vont agir afin d'orienter l'appareil et le faire progresser en translation selon les directions  $x$  et  $y$ . Cette première analyse permet d'écrire :

$$\begin{aligned} u &= mg + m\ddot{z}_d - mk_1^z(\dot{z} - \dot{z}_d) - mk_2^z\ddot{z} \\ \tilde{\tau}_\psi &= \ddot{\psi}_d - k_1^\psi(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - k_2^\psi(\psi - \psi_d)(z - z_d) \end{aligned} \quad (7.6)$$

ou  $(k_1^z, k_2^z, k_1^\psi, k_2^\psi)$  sont les coefficients d'un polynôme stable, dit de Hurwitz. L'indice  $d$  définit la variable désirée. En introduisant la commande  $u$  dans le système et en écartant la dynamique stable de  $\psi$ , nous obtenons deux sous systèmes en cascade. Soient :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -(g + f(z, z_d))\theta & \ddot{y} &= (g + f(z, z_d))\phi \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta & \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (7.7)$$

où  $f(z, z_d) = \ddot{z}_d - k_1^z(\dot{z} - \dot{z}_d) - k_2^z(z - z_d)$  est supposée régulière par rapport à ses arguments. En utilisant la platitude, la dynamique de  $(x, \theta)$  peut être stabilisée par  $\tilde{\tau}_\theta$  alors que  $(y, \phi)$  est stabilisé par  $\tilde{\tau}_\phi$ . En suivant cette issue, en boucle ouverte, les dérivées d'ordre 4 par rapport au temps de  $x$  et  $y$  donnent

$$\begin{aligned} x^{(4)} &= -\ddot{f}(z, z_d)\theta - 2\dot{f}(z, z_d)\dot{\theta} - (g + f(z, z_d))\tilde{\tau}_\theta \\ y^{(4)} &= \ddot{f}(z, z_d)\phi + 2\dot{f}(z, z_d)\dot{\phi} + (g + f(z, z_d))\tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (7.8)$$

Les résultats de stabilité de la position d'équilibre se résument dans le théorème suivant.

**Théorème 5** *Etant donné que  $g + f(z, z_d) = \frac{1}{m}u > 0$ , la stabilité asymptotique de  $x$ , par conséquent de  $\theta$ , est assurée par :*

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\theta &= -\frac{1}{g + f(z, z_d)}(\nu_x + \ddot{f}(z, z_d)\theta + 2\dot{f}(z, z_d)\dot{\theta}) \\ \nu_x &= x_d^{(4)} - k_1^x(x^{(3)} - x_d^{(3)}) - k_2^x(\ddot{x} - \ddot{x}_d) - k_3^x(\dot{x} - \dot{x}_d) - k_4^x(x - x_d) \end{aligned} \quad (7.9)$$

de même pour les variables  $y$  et  $\phi$

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_\phi &= -\frac{1}{g + f(z, z_d)}(\nu_y + \ddot{f}(z, z_d)\phi + 2\dot{f}(z, z_d)\dot{\phi}) \\ \nu_y &= y_d^{(4)} - k_1^y(y^{(3)} - y_d^{(3)}) - k_2^y(\ddot{y} - \ddot{y}_d) - k_3^y(\dot{y} - \dot{y}_d) - k_4^y(y - y_d) \end{aligned} \quad (7.10)$$

$k_i^y$  et  $k_i^x$  sont respectivement les coefficients d'un polynôme stable.

**Preuve.** Les deux commandes appliquées aux systèmes (7.8) conduisent en boucle fermée à  $x^{(4)} = \nu_x$  et  $y^{(4)} = \nu_y$ . La démonstration s'achève par le choix de  $\nu_x$  et  $\nu_y$  proposées. ■

## 7.5 Poursuite de trajectoire du type point-point

Afin d'aboutir à une commande assurant la poursuite d'une trajectoire de référence, la notion de platitude est un outil qui permet le passage d'une stabilisation en un point à une poursuite dite point-point. Moyennant cette propriété, le X4 conventionnel peut naviguer selon un nombre dit *fini* de points selon les trois directions. On adopte cette stratégie pour réaliser la poursuite en un temps fini 'réalisable'. Ce temps est fixé arbitrairement par rapport aux contraintes physiques de l'appareil. Ainsi au chaque passage, la configuration finale sera considérée comme étant celle initiale pour la nouvelle direction. Rappelons que la propriété structurelle de l'X4 conventionnel ne lui permet pas de suivre une trajectoire contenant un virage. On évalue cette limite en simulation. A présent, nous adoptons l'écriture horaire suivante :

$$z^r(t) = h_d \frac{t^5}{t^5 + (T_f^1 - t)^5} \quad (7.11)$$

ou  $h_d$  est l'altitude désirée en un temps  $T_f^1$ . Suivant l'axe  $x$ , cette écriture est définie par 7.5:

$$x^r(t) = h_d \frac{(t - T_f^1)^5}{(t - T_f^1)^5 + (T_f^2 - (t - T_f^1))^5} \quad (7.12)$$

et selon  $y$ ,  $y^r(t)$  est donnée par (figure 7.5) :

$$y^r(t) = h_d \frac{(t - T_f^2)^5}{(t - T_f^2)^5 + (T_f^3 - (t - T_f^2))^5} \quad (7.13)$$

$T_f^2, T_f^3$  sont les temps finals de la phase 2 et 3. Afin d'atteindre l'objectif avec une vitesse nulle, on associe les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} z^r(0) &= x^r(T_f^1) = y^r(T_f^2) = 0 \\ z^r(T_f^1) &= x^r(T_f^2) = y^r(T_f^3) = h_d \\ \dot{z}^r(0) &= \dot{x}^r(T_f^1) = \dot{y}^r(T_f^2) = 0 \\ \dot{z}^r(T_f^1) &= \dot{x}^r(T_f^2) = \dot{y}^r(T_f^3) = 0 \\ \ddot{z}^r(T_f^1) &= \ddot{x}^r(T_f^2) = \ddot{y}^r(T_f^3) = 0 \\ \ddot{z}^r(0) &= \ddot{x}^r(T_f^1) = \ddot{y}^r(T_f^2) = 0 \end{aligned} \quad (7.14)$$

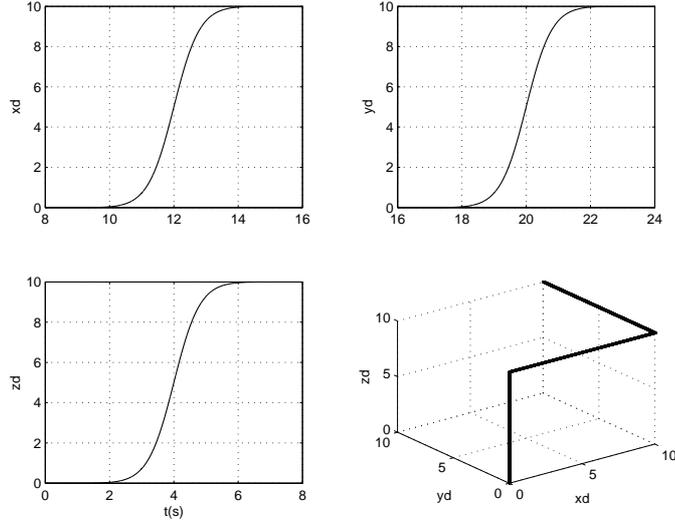


Fig. 7.3. Exemple de planification pour une altitude  $h_d = 10m$ .

La trajectoire qui combine les trois allures ci-dessus est donnée par la figure 7.5.

Afin de remonter jusqu'aux actionneurs, le système suivant montre que l'achèvement de nos résultats entraîne le calcul des vitesses angulaires des rotors. Soit :

$$\begin{pmatrix} u \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \\ \tau_\psi \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & l & 0 & -l \\ -l & 0 & l & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\omega}_1^2 \\ \bar{\omega}_2^2 \\ \bar{\omega}_3^2 \\ \bar{\omega}_4^2 \end{pmatrix} \triangleq k\Upsilon\bar{\omega}^2 \quad (7.15)$$

Les lois de commande proposées en  $(u, \tau_\theta, \tau_\phi, \tau_\psi)$  donnent  $\bar{\omega}^2 = (\bar{\omega}_1^2, \bar{\omega}_2^2, \bar{\omega}_3^2, \bar{\omega}_4^2)$  différente de  $\omega_i^2$  ( $i = 1, 4$ ) développée par les moteurs. La différence est due essentiellement à la dynamique interne des actionneurs qui n'a pas été considérée jusqu'à présent, d'où l'importance du contrôler l'engin en vitesse. La relation à prendre en compte est de la forme (moteur-corps) ( $i = 1, \dots, 4$ ):  $I_r \dot{\omega}_i = \tau_{mi} - k\bar{\omega}_i^2$  avec  $k\bar{\omega}_i^2 = \sum_{j=1}^4 \Upsilon_{ij}^{-1} \Gamma_j$ . On considère  $\dot{\bar{\omega}}_i = \dot{\omega}_i$ .  $I_r$  représente l'inertie à la sortie de l'arbre moteur et  $\tau_{mi}$  est le couple à transmettre au corps rigide. Etant données la sortie plate et ses dérivées  $(\xi_d, \dot{\xi}_d, \ddot{\xi}_d, \xi_d^3, \xi_d^4, \xi_d^5)$ , la référence en vitesse vérifie ( $l, k > 0$ ) :

$$\begin{pmatrix} \bar{\omega}_{1d}^2 \\ \bar{\omega}_{2d}^2 \\ \bar{\omega}_{3d}^2 \\ \bar{\omega}_{4d}^2 \end{pmatrix} = k^{-1}\Upsilon^{-1} \begin{pmatrix} u^d \\ \tau_\theta^d \\ \tau_\phi^d \\ \tau_\psi^d \end{pmatrix} \triangleq k^{-1}\Upsilon^{-1}\Gamma^d \quad (7.16)$$

où  $u_d$  est fonction de la sortie plate  $\xi_d$ . Ainsi, sous cette hypothèse  $\dot{\bar{\omega}}_{id} = \dot{\omega}_{id}$ , on peut écrire:  $I_r \dot{\omega}_{id} = \tau_{mi}^d - k\bar{\omega}_{id}^2$ .

Par conséquent,

$$\begin{aligned} I_r(\dot{\omega} - \dot{\omega}_d) &= \tau_m - \tau_m^d - k(\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}_d^2) \\ &= \tau_m - \tau_m^d - \Upsilon^{-1}(\Gamma - \Gamma_d) \end{aligned}$$

et la commande qu'on propose et qui remonte jusqu'à l'arbre moteur est  $\tau_m$ :

$$\tau_m = \tau_m^d + \Upsilon^{-1}(\Gamma - \Gamma_d) - k_\omega(\omega - \omega_d) \quad (7.17)$$

avec le choix de  $k_\omega > 0$ , on peut s'assurer que  $w$  converge vers  $w_d$ . De plus,  $\tau_m \longrightarrow \tau_m^d$  et  $\Gamma \longrightarrow \Gamma_d$ .

## 7.6 Conditions de simulation-résultats et commentaires

Rappelons que l'objectif est de réussir la stabilité du véhicule aérien en un point désiré et de tester la capacité de l'engin à naviguer dans toutes les directions. Ce qui est important à comparer ce sont les résultats de la commande avec et sans planification de trajectoire. Afin d'atteindre l'objectif, la génération de mouvement est formulée avec une accélération importante et limitée au décollage de l'appareil et s'achève par une décélération aussi vive à l'arrivée. En un temps  $t_f$  fixé à l'avance, le véhicule se stabilise quand l'objectif est atteint. La trajectoire est qualifiée par  $\xi_d(t_i) = \dot{\xi}_d(t_i) = 0$  et  $\xi_d(t_f) = \xi_d$ ,  $\dot{\xi}_d(t_f) = 0$ . Le temps final  $t_f$  ne peut être réduit suffisamment, ce qui entraîne, dans le cas contraire, une accélération/décélération importante. On remarque qu'un objectif  $\xi_d$  dépassant 1m d'altitude ne peut être atteint sans un mouvement planifié traduisant la non convergence vers le point cible. Nos testes ont été effectués comme suit: pour  $\xi_d = \xi_d(t_f) = 1m(t_f = 4s)$  (avec et sans planification) et  $\xi_d(t_f) = 10m(t_f = 8s)$  (uniquement avec planification). Les paramètres du contrôleur sont réglés selon  $k_1^z = 8$ ,  $k_2^z = 16$ ,  $k_1^x = k_1^y = 20$ ,  $k_2^x = k_2^y = 150$ ,  $k_3^x = k_3^y = 500$  et  $k_4^x = k_4^y = 625$ . La masse est telle que  $m = 2kg$ .

La variété d'équilibre qui s'associe à l'XSF est définie par  $(x_d, y_d, z_d, 0, 0, \psi_d)$ . On se propose d'atteindre la position  $\xi_d(x_d, y_d, z_d) = 10m$ . La navigation selon les directions  $x, y$  est prise identique à  $z$ . Les allures de l'entrée  $u$  (figure 7.4) déterminent que  $u > 0$  et  $u = mg$  à l'équilibre. Les résultats sans une trajectoire prédéfinie sont sur la figure 7.5. On identifie une amplitude élevée de la commande pour un mouvement sans planification (voir figure 7.5). Au décollage de l'engin, on aperçoit un phénomène de *pick* qui domine l'allure de l'entrée. Afin d'optimiser l'énergie en vol, la planification de trajectoire ainsi que l'allure de la commande sont nécessaires. La poursuite point par point en un temps fini, arbitrairement fixé, a fait l'objet d'un test en simulation. Le mouvement selon les trois directions  $z, x$  et  $y$  sont montrés sur la figure 7.7(gauche). L'appareil a été sollicité en présence de forces aérodynamiques qui s'opposent au mouvement. En considérant les forces aérodynamiques suivantes  $(0.5\dot{x}, 0.5\dot{y}, 0.5\dot{z})$  selon les trois directions, une bonne allure se montre sur la figure 7.7(droite). L'allure des vitesses de référence, intégrant les limites des actionneurs, est esquissée sur la figure 7.6 avec  $I_r = k = 1$  et  $k_\omega = 1000$ .

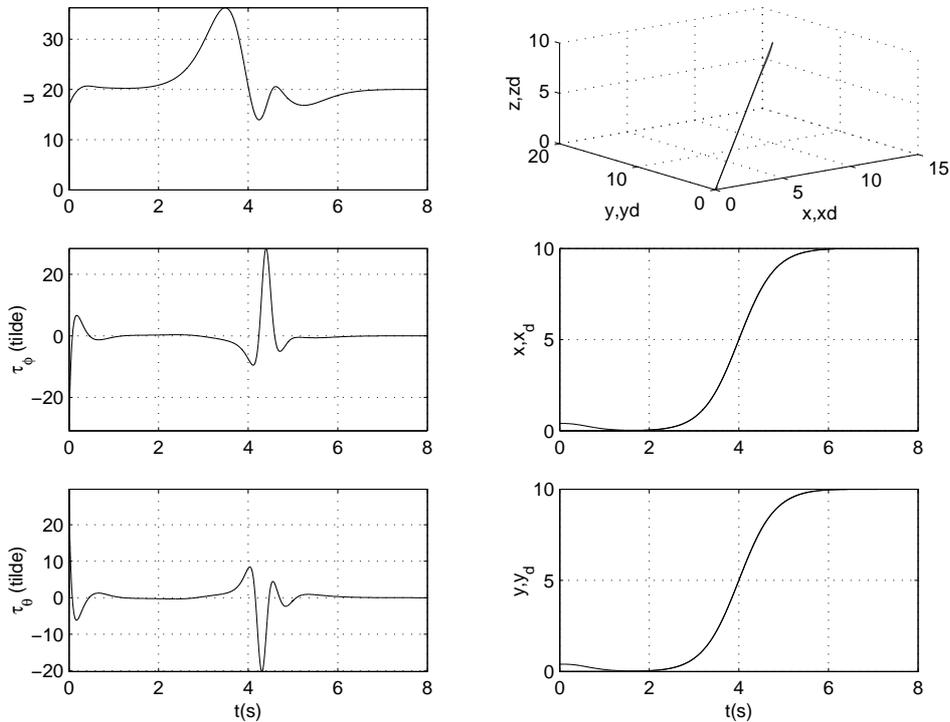


Fig. 7.4. Les entrées de commande pour  $h_d = 10m$ .

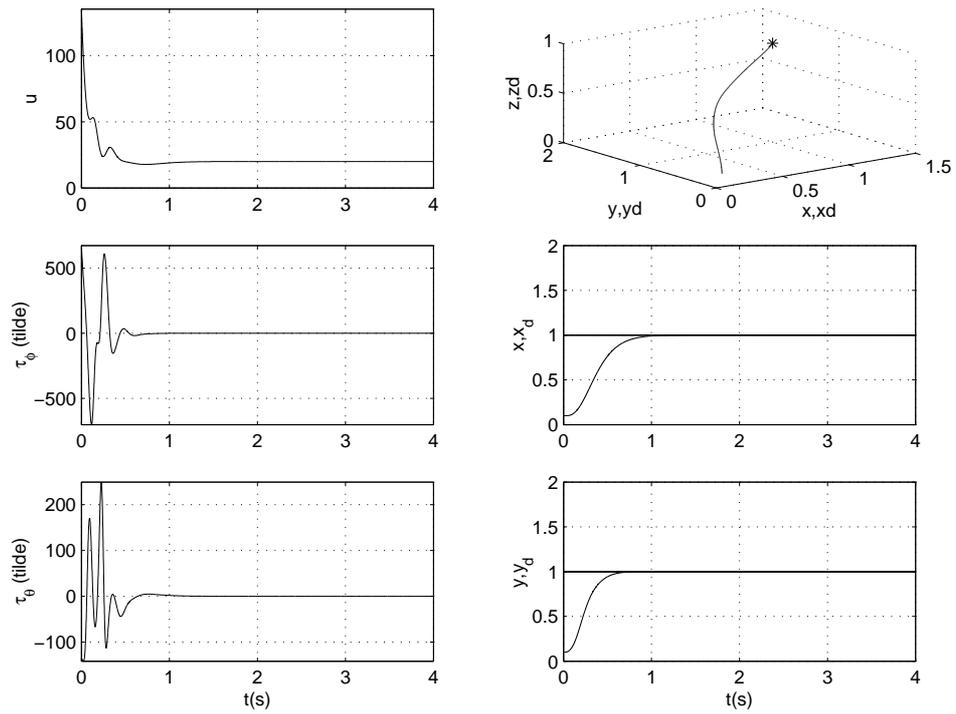


Fig. 7.5. Les commandes pour stabiliser  $h_d = 1m$  sans planification.

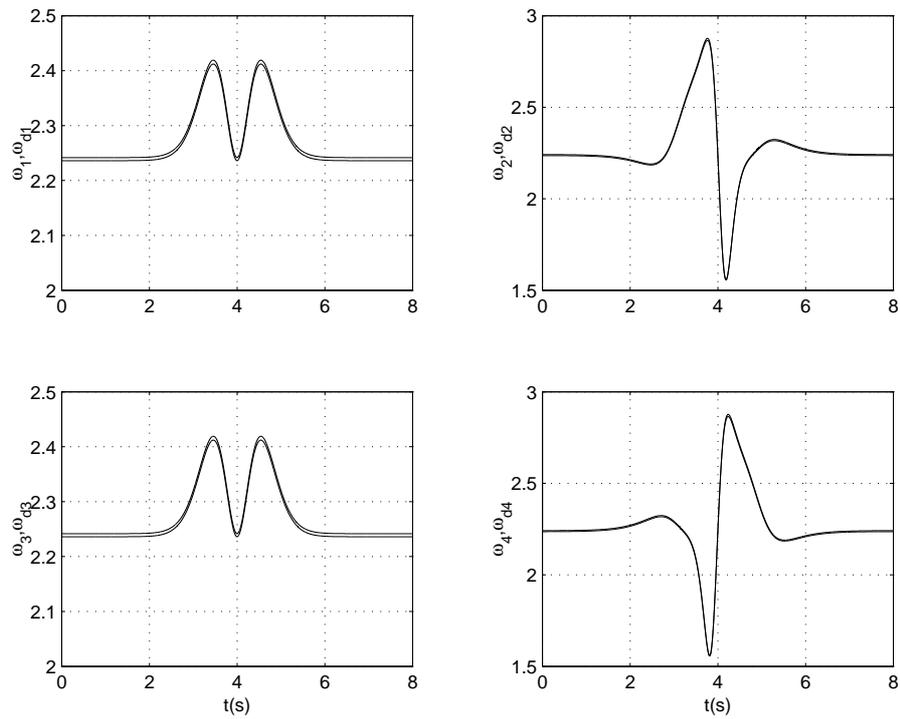
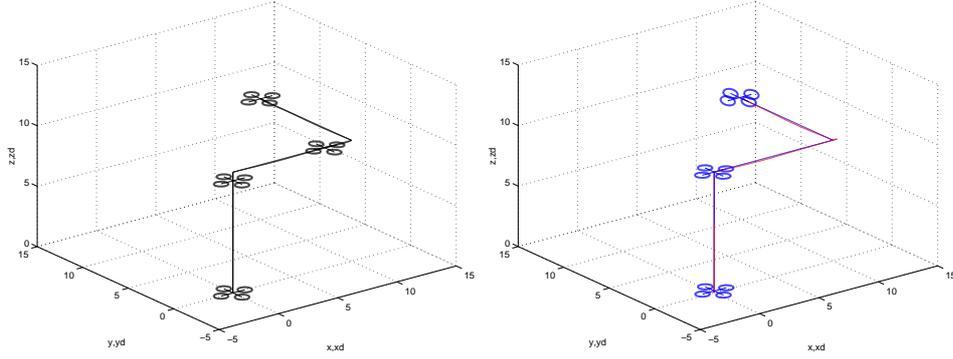


Fig. 7.6. Allures des vitesses des rotors comparées aux références (mouvement selon  $x$ ).



**Fig. 7.7.** Poursuite point-point avec une planification, modèle non perturbé (gauche) et perturbé (droite).

## 7.7 Navigation à travers la variation de la structure de la commande

L'objectif de cette section est de pouvoir faire naviguer le drone dans le plan horizontal à travers la commande  $u_2$ , selon le modèle (7.2). Pour cela, rappelons que les rotors 1 et 3 peuvent être orientés d'une manière couplée ou différentielle. Ce qui entraînera un déplacement horizontal de l'appareil sans forcer ce dernier à s'incliner. De même, cette commande est capable de faire tourner l'engin autour de l'axe vertical; rotation en lacet. Cependant, selon le modèle (7.2), la valeur de  $\psi = \pm\frac{\pi}{2}$  est une configuration singulière pour la commande qui devrait changer de forme. Nous proposons par la suite une commande à structure variable et nous montrons la continuité de chaque sous-structure. La commande par retour d'état statique et le technique de *feedforward* sont combinés pour réussir une telle poursuite. Nous nous intéressons dans un premier temps à la dynamique selon  $(y, z)$  et nous avons la proposition suivante.

**Proposition 7.1.** *Supposons que  $(\psi, \theta) \in ]-\pi/2, \pi/2[$ , avec le retour d'état statique suivant*

$$\begin{aligned} u_2 &= m\nu_y C_\phi C_\psi^{-1} - m(\nu_z + g) S_\phi C_\psi^{-1} \\ u_3 &= m\nu_y (S_\phi C_\theta^{-1} - C_\phi t g_\psi t g_\theta) + m(\nu_z + g) (C_\phi C_\theta^{-1} + S_\phi t g_\psi t g_\theta) \end{aligned} \quad (7.18)$$

et

$$\begin{aligned} \nu_y &= \ddot{y}_r - k_y^1(\dot{y} - \dot{y}_r) - k_y^2(y - y_r) \\ \nu_z &= \ddot{z}_r - k_z^1(\dot{z} - \dot{z}_r) - k_z^2(z - z_r) \end{aligned} \quad (7.19)$$

alors la dynamique en  $y$  et  $z$  sont linéaires et découplées et convergent asymptotiquement vers la trajectoire de référence avec le bon choix de gains  $k_y^i$  et  $k_z^i$ .

**Preuve.** A partir de (7.2), le regroupement de deux dynamiques, donne:

$$\begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} S_\theta S_\psi S_\phi + C_\psi C_\phi C_\theta S_\phi \\ S_\theta S_\psi C_\phi - C_\psi S_\phi C_\theta C_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

Les résultats s'obtiennent après avoir incorporé (7.18) dans le système (7.20). Soient  $\ddot{y} = \nu_y$  et  $\ddot{z} = \nu_z$ .

■

La dynamique de  $x$  pour un  $\theta$  au voisinage de zéro est donnée par :

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(S_\psi u_2 - \theta u_3); \quad \ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \quad (7.21)$$

Les commandes  $u_2$  et  $u_3$  sont obtenues par la proposition 8. Nous avons le résultat suivant:

**Proposition 7.2.** *On suppose qu'il existe un temps  $T_f^1$  tel que  $\forall t \in [T_0, T_f^1]$   $u_3(t) > 0$ , alors le mouvement selon  $x$  est découplé selon le schéma suivant*

$$\tilde{\tau}_\theta = \frac{1}{u_3}(-m\nu_x + \ddot{\psi}C_\psi u_2 - \dot{\psi}^2 S_\psi u_2 + 2\dot{\psi}C_\psi \dot{u}_2 + S_\psi \ddot{u}_2 - 2\dot{\theta}\dot{u}_3 - \theta\ddot{u}_3) \quad (7.22)$$

ce qui implique  $x^{(4)} = \nu_x$  avec

$$\nu_x = x_d^{(4)} - k_x^1(x^{(3)} - x_d^{(3)}) - k_x^2(\ddot{x} - \ddot{x}_d) - k_x^3(\dot{x} - \dot{x}_d) - k_x^4(x - x_d) \quad (7.23)$$

et la stabilité asymptotique de forme  $(x = x_d, \theta = 0)$ .  $k_x^i$  est stable.

■

Sachant que  $\psi_d \in ]-\pi/2, \pi/2[$ , cette limite sur  $\psi$  est un handicap pour la navigation selon  $x$  avec l'entrée de commande proposée  $u_2$ . Dans ce cas de figure, le déplacement selon  $x$  nécessite une orientation de  $\psi_d = \pi/2$ , qui est une singularité pour la commande  $u_2$  (voir (7.18)). Par la suite, nous proposons une solution à ce problème. Pour cela, nous remarquons que les dynamiques selon  $x$  et  $z$  peuvent être découplées et linéarisées identiquement à la procédure précédente.

**Proposition 7.3.** *Avec les entrées de commande suivantes*

$$\begin{aligned} u_2 &= (S_\psi C_\phi - S_\theta C_\psi S_\phi)^{-1} (m\nu_x C_\phi C_\theta + m(\nu_z + g)S_\theta) \\ u_3 &= (S_\psi C_\phi - S_\theta C_\psi S_\phi)^{-1} (-m\nu_x (S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi) + m(\nu_z + g)S_\psi C_\theta) \end{aligned} \quad (7.24)$$

qui entraînent

$$\ddot{x} = \nu_x \quad ; \quad \ddot{z} = \nu_z \quad (7.25)$$

la dynamique de  $x$  et  $z$  sont découplées et asymptotiquement stables par  $\nu_x$  et  $\nu_z$ .

■

Il reste à assurer la convergence de  $(y, \phi)$ , qui pourrait suivre la même procédure que précédemment. L'entrée (7.22) réalise cette tâche.

*Remark 7.4.* Pour pouvoir commuter entre les deux commandes données par (7.18) et (7.24), on cherche à valider la continuité en imposant des contraintes sur la trajectoire de référence telles que  $u_2(\psi = 0) = u_2(\psi = \pi/2) = 0$  pour  $\phi = \theta = 0$ . Quand  $\psi = 0$ , on prend l'expression (7.18) et pour  $\psi = \pi/2$ , on se réfère à (7.24). De plus à partir de (7.18) et (7.24), on déduit  $\nu_y(T_f^2) = \nu_x(T_f^2)$  et  $\ddot{y}_d(T_f^2) = \ddot{x}_d(T_f^2)$ . Pour la configuration  $\phi = \theta = 0$ , on impose  $u_3(\psi = 0) = mg$  dans la relation (7.18) et  $u_3(\psi = \pi/2) = mg$  dans l'expression (7.24).  $T_f^2$  est le temps nécessaire pour atteindre  $x_d$ .

Les caractéristiques techniques du drone sont dans [28]. La trajectoire de référence qui engendre un virage et qui sert à connecter  $z - x$  (figure 7.9), présente les caractéristiques suivantes,

$$x_d(t) = -\rho \cos(\alpha(t)) + \rho \quad \text{et} \quad z_d(t) = \rho \sin(\alpha(t)) + h_d \quad (7.26)$$

et pour la transition  $x - y$ , on a

$$x_d(t) = \rho \sin(\alpha(t)) + x_d(T_f^2) \quad \text{et} \quad y_d(t) = -\rho \cos(\alpha(t)) + \rho \quad (7.27)$$

La continuité des dérivées de  $x_d(t)$  et  $y_d(t)$  sont assurées par

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_d(t - t_f)^5}{(t - t_f)^5 + (t_a - t)^5} \quad (7.28)$$

où  $\rho = 2m$ ,  $\alpha_d = k_\alpha \pi/2$  ( $k_\alpha = 1, 2$ ),  $t_a = 6s$ ,  $t_f = 8s$ ,  $x_d(T_f^2) = y_d(T_f^3) = h_d + \rho = 10m$ .

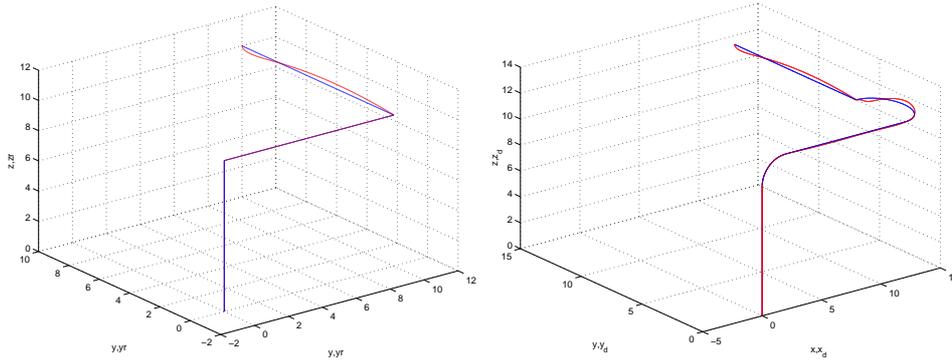


Fig. 7.8.  $xyz$ -route flottante réalisée par l'XSF bidirectionnel.

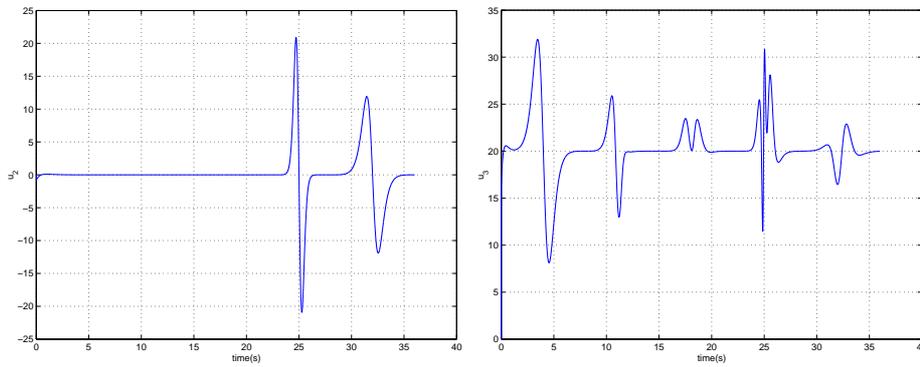


Fig. 7.9. Commande  $u_2$  (gauche) et  $u_3$  (droite) pour une route flottante avec virage.

La figure 7.8 montre une route flottante avec et sans virage. Le XSF bidirectionnel réalise ces trajectoires planifiées. L'allure du comportement de l'XSF bidirectionnel est montrée sur la figure 7.8. L'engin est maintenu horizontalement dans les deux cas de figure, c-à-d ( $\theta = \phi = 0$ ). Le changement de la direction de l'appareil se fait par le lacet ( $\psi$ ) à travers l'entrée  $u_2$  qui fait naviguer l'appareil dans les différentes directions. La réalisation des virages est aussi montrée sur cette même figure (figure 7.8), d'où l'intérêt de la validation de la conception par des commandes continues à comportement esquissé sur la figure 7.9. Sur une route flottante sans virage (à angles vifs), les performances de l'XSF bidirectionnel ne peuvent pas dépasser le cas d'un drone conventionnel. Par conséquent, le temps décisionnel est beaucoup plus important dans le cas d'un virage ainsi que pour une masse importante relative aux deux servo-moteurs.

## 7.8 Navigation intégrante la planification du lacet

Pour remédier à la commande navigante nécessitant une variation dans la structure de la commande, on apporte par la suite une solution à la navigation au cas de l'XSF bidirectionnel à travers une planification du lacet. Le modèle de la dynamique est référencée par rapport au repère cartésien et la structure de ce modèle est celle d'un robot mobile dans un plan. Par comparaison aux résultats cinématiques présentés dans le littérature pour la navigation d'un robot mobile, on présente par la suite un modèle basé sur les accélérations. Le but de notre travail est d'orienter l'engin en utilisant l'attitude en lacet et les deux forces qui résultent de l'inclinaison de deux rotors. Afin de réussir la commande, nous introduisons quelques transformations sur la cinématique et nous planifions la trajectoire du lacet et des entrées de commande par rapport à la trajectoire de référence.

A présent le modèle d'étude est le suivant :

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= u \sin(\psi) \\ \ddot{y} &= u \cos(\psi) \\ \ddot{\psi} &= \tau_\psi\end{aligned}\tag{7.29}$$

Dans le système (7.29), notre attention est de prendre  $u$  et  $\psi$  comme entrées de commande. Par conséquence, la dernière équation en  $\psi$  peut être ignorée dans le sens où on peut toujours concevoir  $\tau_\psi$  telle que l'attitude en lacet du véhicule converge vers la variable désirée (double intégrateur).

Soit le changement de variable suivant (en vitesse) :

$$\begin{aligned}z_1 &= \dot{x} \sin(\psi) + \dot{y} \cos(\psi) \\ z_2 &= -\dot{x} \cos(\psi) + \dot{y} \sin(\psi)\end{aligned}\tag{7.30}$$

après dérivation de (7.30) et en utilisant (7.29),

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= u - \dot{\psi} z_2 \\ \dot{z}_2 &= \dot{\psi} z_1\end{aligned}\tag{7.31}$$

Introduisons le modèle de référence

$$\begin{aligned}\ddot{x}^r &= u^r \sin(\psi^r) \\ \ddot{y}^r &= u^r \cos(\psi^r)\end{aligned}\tag{7.32}$$

et à partir de (7.30), on a :

$$\begin{aligned} z_1^r &= \dot{x}^r \sin(\psi^r) + \dot{y}^r \cos(\psi^r) \\ z_2^r &= -\dot{x}^r \cos(\psi^r) + \dot{y}^r \sin(\psi^r) \end{aligned} \quad (7.33)$$

On peut simplifier l'écriture (7.33) après avoir considéré  $\dot{x}^r = \dot{y}^r \tan(\psi^r)$ , qui peut être réduite à :

$$\begin{aligned} z_1^r &= \frac{\dot{y}^r}{\cos(\psi^r)} \\ z_2^r &= 0 \end{aligned} \quad (7.34)$$

Notons qu'à partir de la forme  $\dot{x}^r = \dot{y}^r \tan(\psi^r)$ , on peut trouver  $\dot{\psi}^r = 0$ , alors à partir de (7.32) et (7.33), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^r &= u^r \\ \dot{z}_2^r &= 0 \end{aligned} \quad (7.35)$$

Introduisons les erreurs en  $z_1$  et  $z_2$ , avec  $e_{z_1} = z_1 - z_1^r$  et  $e_{z_2} = z_2 - z_2^r$ . Leurs dérivées par rapport au temps sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{e}_{z_1} &= e_u - e_{z_2} \dot{e}_\psi - z_2^r \dot{e}_\psi \\ \dot{e}_{z_2} &= e_{z_1} \dot{e}_\psi + z_1^r \dot{e}_\psi \end{aligned} \quad (7.36)$$

où  $e_u = u - u^r$  et  $e_\psi = \psi - \psi^r$ . Le problème de poursuite est réduit aux écritures suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{e}_x - e_\psi \dot{e}_y &= \dot{y}^r e_\psi + \sin(\psi^r) e_{z_1} - \cos(\psi^r) e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - z_2 \dot{e}_\psi \\ e_\psi \dot{e}_x + \dot{e}_y &= -\dot{x}^r e_\psi + \cos(\psi^r) e_{z_1} + \sin(\psi^r) e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1 \dot{e}_\psi \end{aligned} \quad (7.37)$$

Sans perdre de généralité, soient  $\dot{\tilde{e}}_x \triangleq \dot{e}_x - e_\psi \dot{e}_y$  et  $\dot{\tilde{e}}_y \triangleq e_\psi \dot{e}_x + \dot{e}_y$  la transformation régulière est telle que:

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{e}}_x \\ \dot{\tilde{e}}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -e_\psi \\ e_\psi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \end{pmatrix} \quad (7.38)$$

Alors le système d'erreurs (7.37) devient :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_x &= \dot{y}^r e_\psi + \sin(\psi^r) e_{z_1} - \cos(\psi^r) e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - e_{z_2} \dot{e}_\psi - z_2^r \dot{e}_\psi \\ \dot{\tilde{e}}_y &= -\dot{x}^r e_\psi + \cos(\psi^r) e_{z_1} + \sin(\psi^r) e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_2} &= e_{z_1} \dot{e}_\psi + z_1^r \dot{e}_\psi \end{aligned} \quad (7.39)$$

Notre analyse est en terme d'erreurs et l'hypothèse  $\psi^r$  est dans un voisinage de zéro reste valide. Ainsi,  $\cos(\psi^r) \simeq 1$  et  $\sin(\psi^r) \simeq \psi^r$  et les termes quadratiques peuvent être négligés. Le système d'erreurs se réduit à :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_x &= \dot{y}^r e_\psi + \psi^r e_{z_1} - e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - z_2^r \dot{e}_\psi \\ \dot{\tilde{e}}_y &= -\dot{x}^r e_\psi + e_{z_1} + \psi^r e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1^r \dot{e}_\psi\end{aligned}\tag{7.40}$$

qui peut être dévisé en deux sous-systèmes. Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_x &= \psi^r e_{z_1} + \dot{y}^r e_\psi - e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - z_2^r \dot{e}_\psi \\ \dot{\tilde{e}}_y &= \psi^r e_{z_2} - \dot{x}^r e_\psi + e_{z_1} \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1^r \dot{e}_\psi\end{aligned}\tag{7.41}$$

Le système (7.41) est alors traité comme étant un système perturbé. Les termes de perturbation sont  $e_{z_1}$  et  $e_{z_2}$ . Par conséquent, le sous système (7.41) est le modèle qui perturbe le système nominal suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_x &= \psi^r e_{z_1} + \dot{y}^r e_\psi \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - z_2^r \dot{e}_\psi \\ \dot{\tilde{e}}_y &= \psi^r e_{z_2} - \dot{x}^r e_\psi \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1^r \dot{e}_\psi\end{aligned}\tag{7.42}$$

On peut extraire distraire à partir de (7.42) deux sous systèmes complètement découplés dont le premier est donné par :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_y &= \psi^r e_{z_2} - \dot{x}^r e_\psi \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1^r \dot{e}_\psi\end{aligned}\tag{7.43}$$

et le second est :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_x &= \psi^r e_{z_1} + \dot{y}^r e_\psi \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u - z_2^r \dot{e}_\psi\end{aligned}\tag{7.44}$$

L'étude de stabilité de (7.43) suit les étapes suivantes: en s'inspirant de la théorie de mode glissant, nous contraignons les erreurs sur la variété (surface)  $s = \dot{e}_\psi + \lambda e_\psi$  ( $\lambda > 0$ ). La variable  $s$  devrait tendre vers zéro quand  $t$  tend vers

l'infini garantissant la convergence de  $(e_\psi, \dot{e}_\psi)$  vers zéro à l'infini, la vitesse de convergence étant fixée par  $\lambda$ . Dans le but de déterminer  $s$ , nous allons introduire cette variable comme étant une nouvelle commande pour (7.43) et on suppose que  $e_\psi = 0$  (à vérifier par la suite).

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_y &= \psi^r e_{z_2} \\ \dot{e}_{z_2} &= z_1^r s\end{aligned}\tag{7.45}$$

Nous avons le lemme suivant :

**Lemme 4** *La variable d'entrée  $s = -\psi^r z_1^r (\tilde{e}_y + \psi^r e_{z_2})$  assure la stabilité exponentielle du sous système nominal (7.45).*

**Preuve.** L'introduction de  $s$ , donnée par le Lemme 4, dans (7.45) permet de déduire:  $\ddot{\tilde{e}}_y + (\psi^r)^2 (z_1^r)^2 \dot{\tilde{e}}_y + (\psi^r)^2 (z_1^r)^2 \tilde{e}_y = 0$ . La dernière égalité implique que  $(\tilde{e}_y, \dot{\tilde{e}}_y)$  tend vers zéro quand  $t$  tend vers l' $\infty$ . Comme résultat  $e_{z_2}$  tend vers zéro, par conséquent  $s \rightarrow 0$ , entraînant  $(e_\psi, \dot{e}_\psi) \rightarrow 0$ . Alors le sous système nominal (7.43) est exponentiellement stable. Ceci achève la démonstration. ■

A partir des résultats du Lemme 4, le sous système nominal (7.44) s'écrit:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{e}}_x &= \psi^r e_{z_1} \\ \dot{e}_{z_1} &= e_u\end{aligned}\tag{7.46}$$

**Lemme 5** *Pour le retour d'état  $e_u = -\psi^r (\tilde{e}_x + \dot{\tilde{e}}_x)$ , le sous système nominal (7.46) est exponentiellement stable.*

**Preuve.** On introduit  $e_u = -\psi^r (\tilde{e}_x + \dot{\tilde{e}}_x)$  dans (7.46), on obtient  $\ddot{\tilde{e}}_x + (\psi^r)^2 \dot{\tilde{e}}_x + (\psi^r)^2 \tilde{e}_x = 0$ . Il est clair que le polynôme caractéristique est stable pour tout  $\psi^r$ , alors  $\tilde{e}_x$  et  $\dot{\tilde{e}}_x$  convergent globalement vers zéro. ■

**Théorème 6** *Considérons le système perturbé (7.41), soit  $g(t, x) = (e_{z_1} \ 0 \ e_{z_2} \ 0)^T$  le vecteur de perturbation avec  $x = (\tilde{e}_y \ e_{z_2} \ \tilde{e}_x \ e_{z_1})^T$  décrivant l'état du système (7.41). Alors le système perturbé (7.41) est exponentiellement stable à l'équilibre.*

**Preuve.** La stabilité exponentielle de deux sous systèmes est donnée par les lemmes 4 et 5. En outre, on a  $g(t, 0) = 0$  et  $g(t, x)$  est régulière. A partir

du fait que  $\dot{g}(t, x)$  tend vers zéro quand  $t$  tend vers l'infini, ceci entraîne l'existence d'un paramètre petit  $\gamma$  tel que  $\|g(t, x)\| \leq \gamma\|x\|$ . On achève la démonstration tout en se référant aux résultats de stabilité sur les systèmes perturbés, détaillés dans (voir [85]).

■

**Remarque 8** *Sous les conditions des Lemmes 4-5, on a  $u = u^r + e_u$ , par conséquent  $u$  converge vers  $u^r$  quand  $t$  tend vers l'infini. De même  $\psi = \psi^r + e_\psi$ , ainsi  $\psi$  converge vers  $\psi^r$ .*

**Remarque 9** *Il est facile de montrer que  $\tau_\psi = \ddot{\psi} = \ddot{e}_\psi$  (car  $\dot{\psi}^r = 0$ ), avec  $\dot{e}_\psi = s - \lambda e_\psi$ . Par conséquent,  $\ddot{e}_\psi = \dot{s} - \lambda s + \lambda^2 e_\psi$  et la dérivée de  $s$  peut être calculée à partir de son expression, donnée par le Lemme 4. Ce qui permet d'avoir l'expression de la commande en attitude  $\tau_\psi$ .*

L'exemple de simulation, donné par les figures 7.10-7.11, illustre un bonne poursuite de la référence avec une commande basée sur la planification du lacet. Ainsi l'appareil ne subit aucune orientation en tangage et la réalisation d'un virage est rendue possible.

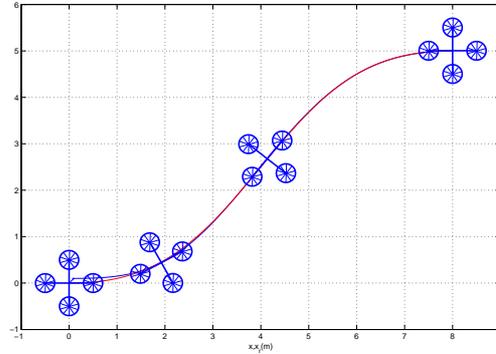


Fig. 7.10. Allure de la poursuite basée sur une planification du lacet.

## 7.9 Structure d'une commande floue

Ce travail est le fruit d'une collaboration à travers la thèse de K.Zemalache, groupe TADIB du laboratoire IBISC. La thèse a été soutenue en décembre 2006 sous la direction de H. Maaref. Il s'agit de comparer les techniques analytiques de commande avec celles basées sur l'intelligence artificielle. Cette

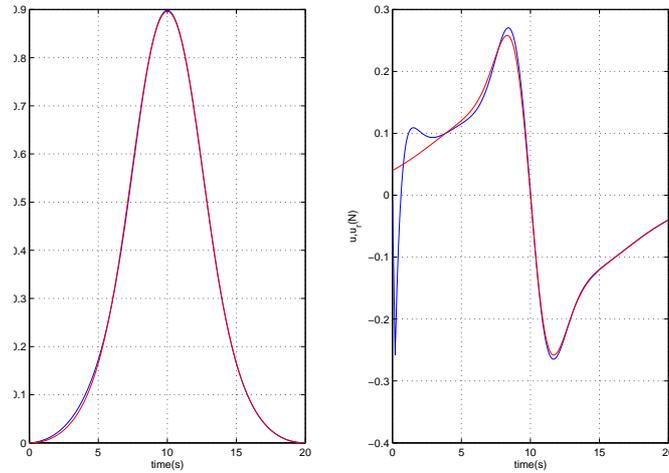


Fig. 7.11.  $\psi$  et  $\psi^r$  (gauche) et l'entrée de commande  $u$  et  $u^r$ .

dernière s'affranchit du modèle et introduit la notion des règles dites floues, initié par Zadeh en 1996 [105]. Le principe de la méthode se trouvant aussi dans [91], [92], [90].

La commande floue est une application de la logique floue au contrôle des systèmes dynamiques pour lesquels on ne possède pas de modèles satisfaisants. Son principe est simple : il s'agit dans la plupart des cas d'imiter le comportement d'un opérateur humain dans la régulation d'un processus complexe, à l'aide de règles floues. L'absence totale de modèle ou celle d'un modèle précis du système, rend dans certains cas, l'application de l'automatique classique difficile, voire impossible pour la synthèse d'une loi de commande performante. Une commande basée sur les techniques de la logique floue, constitue dans ce cas une alternative intéressante. En effet, ces techniques permettent d'une part, de formaliser le traitement de l'inconsistance et de l'incertitude sur le modèle du système et d'autre part, d'établir une interprétabilité du comportement dynamique du système par un ensemble de règles linguistiques, traduites en langage simple et interprétable.

Un contrôleur floue est un système d'inférence flou (SIF) employé dans la technique d'automatisation. Son but est de trouver une valeur numérique à appliquer au système à partir d'un jeu de variables physiques. Il existe plusieurs types de SIF, selon les choix sur les opérateurs de conjonction, d'implication, d'agrégation des règles et selon la forme des conclusions. On se limite ici à l'étude de deux SIF couramment utilisés, ceux du type *Mamdani*

et ceux du type *Takagi-Sugeno*. Pour plus de détails sur les avantages et les inconvénients de chaque méthode, on peut se référer à la thèse de Zermalache [106]. Après recours à l'expertise humaine qui peut servir comme procédure d'initialisation, l'optimisation du SIF par rapport aux choix de différents paramètres est nécessaire. D'où l'appellation SIFO. Nous avons privilégié, par rapport à l'ensemble des méthodes d'optimisation possibles, le recours à des méthodes proches de celles utilisées dans les *réseaux neuronniques Multicouches* (RMC). Ainsi, on se base sur la minimisation d'une fonction coût, puisqu'il existe une analogie structurelle très forte entre le SIF et le RMC. A noter qu'un RMC est une boîte noire à apprentissage global dans laquelle aucune interprétation physique ou logique n'est attribuable aux paramètres à optimiser. Par contre, un SIF est un système de nature local (seules quelques règles sont activées pour un vecteur d'entrée donné) dans lequel la signification des paramètres est très forte. Deux attitudes peuvent alors être suivies:

- considérer que l'objectif de l'étape d'optimisation est uniquement d'obtenir la meilleure commande possible du processus, quitte à ce que le système de commande devienne une boîte noire;
- considérer, au contraire, que cet objectif ne doit pas se faire au détriment de ce qui est l'essence de la commande floue, c'est-à-dire en s'imposant la contrainte que cette optimisation ne détruise pas la lisibilité et la cohérence logique des règles de décision. Nous avons opté pour cette seconde démarche pour la commande SIFO établie. Rappelons qu'il existe plusieurs approches utilisant des synergies entre des structures neuronales et des techniques floues [106].

## 7.10 Résultats et commentaires

Le problème principal lié à ces concepts est l'instabilité de ces prototypes vis-à-vis des perturbations atmosphériques. En raison de la complexité d'obtention des forces aérodynamiques, l'écriture d'un modèle mathématique décrivant d'une manière satisfaisante un comportement dynamique d'un drone à quatre rotors est une tâche difficile. Le recours à des systèmes d'inférence floue pour générer les comportements élémentaires s'est révélé à la fois simple et efficace. Cependant on peut toujours craindre que les règles déduites d'une simple expertise humaine soient plus ou moins largement

sous-optimales. Nous avons choisi d'utiliser une méthode d'optimisation par descente de gradient pour la commande du drone. Cette méthode est utilisée pour effectuer l'optimisation des paramètres du système d'inférence flou caractérisant les conclusions des règles floues. Ce point est particulièrement important si on souhaite extraire une base de règles des données expérimentales sans avoir recours à une démarche empirique. Afin d'étudier la robustesse nous avons introduit une force de traînée liée au vent dans les différentes directions. La commande a été testée aussi suite à une défaillance d'un rotor. La commande analytique échoue sous la présence d'une défaillance. La connaissance parfaite de la force de traînée est aussi requise pour une compensation. Alors que la commande SIFO en ligne a montré son efficacité en régime statique et en présence d'une perturbation méconnue, son inconvénient, par rapport à une commande statique continue, est la non maîtrise du régime transitoire. Tous les résultats de simulation avec plus d'investigations dans les comparaisons sont détaillés par Zemalache dans [106] .

## 7.11 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté le modèle du drone X4 conventionnel et du drone XSF. L'aptitude de chaque engin en vol en terme de stabilisation et suivi d'une trajectoire de référence a été étudiée en simulation. Plusieurs lois de commande ont été proposées dont une s'affranchit du modèle et suscitera beaucoup d'intérêt pour les tests réels. La commande basée sur la propriété de platitude est efficace dans le sens où on peut guider le drone vers son objectif avec une dépense maîtrisée de l'énergie des moteurs. C'est aussi la commande retenue pour une implantation en temps réels. La planification du lacet du drone XSF a montré son efficacité, car on peut faire naviguer l'appareil sans devoir changer la structure de la commande. Cette dernière suscite beaucoup d'intérêt dans la pratique.



**Autonomie de Navigation des Agents en Formation**



## Robots en formation: motivation

### 8.1 Introduction

Une formation par définition se traduit par un apprentissage partagé entre plusieurs entités qui vivent en communauté. L'évolution en formation consiste à pouvoir changer de situation sous certaines règles propres à la formation et par rapport aux contraintes liées à l'espace environnant. Agir en formation est la capacité de constituer un groupe de travail afin de réussir une tâche, difficile à accomplir par un seul élément. Tous ces objectifs ne peuvent pas être atteints si la formation est déstabilisée au cours du temps. Plusieurs projets se focalisent sur la formation en s'inspirant de la nature telle que la vie des animaux. A savoir les oiseaux qui se déplacent et voyagent en groupe, notons aussi les fourmis, les abeilles et les araignées qui s'aident dans diverses tâches. L'exemple de troupeau d'animaux qui se défendent à plusieurs et minimisent le contact avec un prédateur est également intéressant. Les exemples sont nombreux dans la nature animale, mais aussi on trouve aussi quelques exemples dans la vie humaine. D'une manière générale, la plupart de tâches nécessitent l'action en groupe, c-à-d en formation.

L'étude du comportement d'une formation en robotique a attiré plusieurs chercheurs en associant l'appellation agent, initiée au début en intelligence artificielle pour la communication en réseaux informatiques. D'où la notion multi-agents qui s'associe aux multi-robots. Un groupe multi-agent émerge en combinaison dont l'objectif est de contribuer à la formation mais en gardant simultanément une distance de séparation pour la non collision. La manière dont la formation devrait évoluer tout en restant autonome et la notion de stabilité restent à définir par rapport à l'objectif. Nous distinguons trois types de comportement.

- Une formation basée sur un agent en tête qui coordonne la manière dont la tâche devrait être réussie et le reste de la formation est considéré comme suiveur.
- Une formation qui n'a pas un élément émergent, mais tous les agents sont concernés par l'objectif à atteindre.
- Une formation qui peut être représentée par une seule structure dite virtuelle. Ainsi, tous les agents sont virtuellement considérés solidaires comme un seul corps. Ce dernier cas peut aussi être divisé en deux; une structure virtuelle rigide ou dans le cas contraire, celui d'une structure semi-rigide.

Le choix du comportement dépend de l'objectif et de son environnement. De même la stabilité de la formation est associée à un problème courant en automatique de stabilisation et de poursuite. La régulation est une propriété qui s'ajoutera par rapport à un environnement sain ou contenant des obstacles. Nous signalons que l'évolution d'une formation multi-robots stable nécessite une inter-communication forte et permanente entre les agents. La théorie des graphes est généralement l'outil assurant l'interconnection entre les agents. Le lecteur peut se référer à une vue d'ensemble sur les robots évoluant en formation, donnée par Chen [121] et Kowalczyk [122] et les références citées dans ces articles.

## 8.2 CIRTA: motivation

Le projet CIRTA (Coopération Intelligente entre Robots Terrestres et Aériens) est une source d'étude et de développement pour les problèmes de formation en robotique. L'idée n'est pas limitée à un groupe de robots homogènes, i.e. de même famille, mais aussi s'étend au cas où la formation est hétérogène. A ceci s'ajoutera la complexité de l'environnement, puisque l'idée est d'englober véhicules terrestres et aériens. On limite notre recherche aux drones, dirigeables de petites tailles et robots mobiles à deux roues. Le contenu de ce projet a été déjà détaillé dans ce rapport.

Tout au long de ce rapport, j'ai exposé les résultats obtenus dans le cas de trois véhicules autonomes: véhicule terrestre, dirigeable et drone. Les avancées théoriques ont été concrétisées par plusieurs publications. L'idée de CIRTA est l'application de ces différents travaux aux cas où les véhicules coopèrent dans un environnement hostile. Dans un premier temps, nous allons aborder le problème d'une formation terrestre, i.e. entre  $n$  robots mobiles

à deux roues. Pour un objectif à capturer ou à contourner, nous allons proposer une loi de commande distribuée pour chaque élément de la formation. Le problème de régulation de la formation vis-à-vis d'un obstacle qui sépare l'objectif et l'état initial de la formation sera étudié. On s'intéresse aussi au problème de la modélisation mécanique de la formation sous forme d'une structure virtuelle semi-rigide. Via la déformation de la structure, on envisage de contourner un obstacle ou une subdivision de la formation en deux sous formations. Les deux stratégies feront l'objet de cette dernière partie du rapport.



## Stabilisation/Régulation des Agents en formation

### 9.1 Introduction

Dans ce chapitre, on étudie le comportement d'un groupe de robots terrestre de point de vue stabilité et régulation en présence d'un obstacle pour le contournement d'une cible. Il s'agit d'une ébauche de résultat de la thèse de M.A.Elkamel. Cette thèse est en cours de rédaction et dont le sujet est *Stratégies de commande d'une formation de véhicules terrestres*. Notre première analyse consiste à décomposer la loi de commande en deux parties: une partie attractive assurant la convergence de l'ensemble vers un ensemble invariant contournant la cible et la deuxième partie est repulsive garantissant l'évitement de l'obstacle. Notre approche est basée sur le principe des ensembles invariants et la théorie de Lyapunov. L'ensemble invariant est construit tout autour de la cible et le mouvement de l'obstacle est circonscrit dans un cercle. Le cercle peut être rendu aussi large de sorte qu'il englobe tous les obstacles. Ces derniers peuvent bouger tout en restant à l'intérieur. La communication entre les robots, considérés comme agents, est assurée par un graphe de connexion.

Nous nous sommes intéressés au cas  $2D$  et la situation se résume par:

- Comment une formation est-elle capable d'éviter un obstacle dans un plan?
- De quelle manière faut-il envisager de contrôler l'ensemble de la formation jusqu'à la capture d'une cible prédéfinie?

Ce problème a été largement étudié dans la littérature par la proposition d'une commande analytique qui rend le comportement de la formation stable ou asymptotiquement stable. Cependant, il existe peu de proposition pour la solution traduisant le comportement entre un temps initial  $t_0$  et le temps de convergence  $T$ . Une solution ambitieuse qui connecte les deux solutions

intiale et finale a été proposée par Chang et al. dans [111], l'algorithme s'écrit :

- 1) *Appliquer* la loi de commande (C1)
- 2) *Si* l'obstacle est dans la zone de détection

*Alors* utiliser la loi de commande (C2)

*Autrement* aller à l'étape 1

Il est clair que dans l'algorithme ci-dessus, la commande est celle à une structure variable qui change de forme selon le besoin. Une autre technique, basée sur une fonction de navigation pour un ensemble de VAA, a été proposée par Chen [112]. Une fonction switch a été déterminante pour la réussite de la navigation. Toujours dans le cadre d'une formation aérienne, dans [113] et [114], la commande est de type optimal minimisant la distance entre les VAA. Dimos et al [115] résout la convergence d'une formation terrestre par une fonction potentielle qui est la somme d'une commande attractive et répulsive. La fonction duale de Lyapunov, associée à Rantzer, a été introduite. La convergence de la formation vers la configuration désirée n'a pas pu être achevée par les techniques de Lyapunov. Kowalczyk dans [122] a résolu la convergence de la dynamique d'une formation en utilisant aussi la fonction potentielle. Le problème qui surgit dans tous ces travaux est que l'exécution de la loi de commande emploie un algorithme décisionnel testant la situation ou le recourt à un problème de commande optimale coûteux en temps de calcul.

Dans les travaux qu'on mène, que nous menons pour réussir à la fois le contournement de la cible et l'évitement des obstacles, on associe la convergence à la régulation. Plus précisément, on accorde une importance à la trajectoire, i.e. à la solution bien avant que le système converge vers l'état désiré.

## 9.2 Description du problème

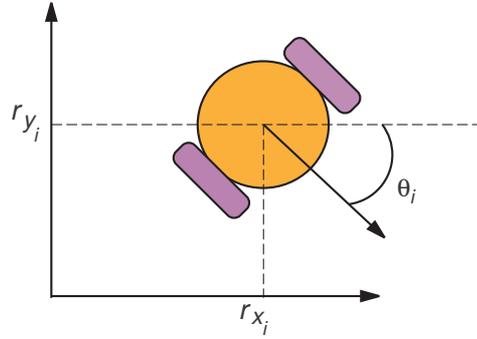
Soit  $n$  robots mobiles se déplaçant dans un plan et dont la cinématique est décrite pour le  $i^{me}$  véhicule par (voir figure (9.1))

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i \\ \dot{\theta}_i &= w_i\end{aligned}\tag{9.1}$$

$r_{x_i}$  et  $r_{y_i}$  dénotent les coordonnées cartésiennes (positions),  $\theta_i$  est l'orientation et  $v_i$ ,  $w_i$  sont respectivement la vitesse linéaire et angulaire.

Par conséquent, notre première investigation est celle donnée par Ren [116], avec le retour d'état linéarisant suivants :

$$\begin{pmatrix} v_i \\ w_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ -\frac{1}{d_i} \sin \theta_i & \frac{1}{d_i} \cos \theta_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{x_i} \\ u_{y_i} \end{pmatrix} \quad (9.2)$$



**Fig. 9.1.** Position et orientation de l'unicycle.

qui entraîne le comportement suivant du  $i^{th}$  véhicule :

$$x_i = r_{x_i} + d_i \cos \theta_i \quad ; \quad y_i = r_{y_i} + d_i \sin \theta_i \quad (9.3)$$

$d_i$  est une constante non nulle et  $(x_i, y_i)$  appartient à l'axe central du véhicule. Comme résultat préliminaire, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{x_i} \\ u_{y_i} \end{pmatrix} \quad (9.4)$$

$u_{x_i}$  et  $u_{y_i}$  sont les nouvelles entrées de commande qui devront suivre la procédure de stabilisation et de régulation de la formation en présence d'un obstacle pour la capture d'une cible. Plus généralement, on substitue le comportement du  $i^{th}$  véhicule par cette écriture

$$\dot{q}_i = u_i, \quad i \in \mathcal{N} = [1, \dots, n] \quad (9.5)$$

avec  $q_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$  la position et  $u_i = (u_{x_i}, u_{y_i}) \in \mathbb{R}^2$  la vitesse qui représentent aussi les entrées de commande de l'agent  $i$ . Dans l'étude de la régulation/poursuite de trajectoire d'une formation, l'inter-communication entre les véhicules est nécessaire afin de réussir la mission. Par conséquent, la notion *agent* est introduite substituant celle d'un véhicule.

### 9.3 Commande stabilisante et régulatrice

On rappelle l'écriture générale d'un modèle décrivant le comportement de la dynamique d'un agent :

$$\dot{q} = u \quad (9.6)$$

L'état est  $q \in \mathbb{R}^n$  et la commande est  $u \in \mathbb{R}^n$ .

Cette dynamique est celui d'un simple intégrateur qui peut être stabilisée aussi facilement. Le résultat de stabilisation est étendu de sorte à maintenir une régulation d'une navigation en présence d'un obstacle. D'où le résultat suivant :

**Théorème 7** Soit  $u_a$ , la commande qui stabilise asymptotiquement à l'équilibre le système (9.6) et soit  $V$ , la fonction de Lyapunov associée à  $\dot{q} = u_a$ . En ayant précisée la fonction  $\nu$  (à trouver) de  $\mathbb{R}^n$  à  $\mathbb{R}$ , la commande suivante:

$$u = u_a + \nu\left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)^\perp \quad (9.7)$$

stabilise asymptotiquement aussi le système (9.6) à l'équilibre.  $\perp$  dénote le vecteur orthogonal.

□

**Preuve.** Soit  $V$  la fonction de Lyapunov associée à  $\dot{q} = u_a$ . Ainsi,

$$\left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)u_a < 0.$$

En injectant cette même fonction dans l'expression de la commande proposée en Théorème 9.4.2, on obtient:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial q} u \\ &= \frac{\partial V}{\partial q} \left[ u_a + \nu\left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)^\perp \right] \\ &= \frac{\partial V}{\partial q} u_a < 0 \end{aligned} \quad (9.8)$$

Par conséquent, sous la commande  $u$ , la solution de (9.6) converge à l'équilibre.

■

La commande proposée est composée d'un terme attractif  $u_a$  et le terme  $u_r = \nu \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)^\perp$  est à travers lequel on peut modifier le comportement de la trajectoire convergente du système (9.6).  $\nu$  est la commande qui jouera le rôle d'un régulateur vis-à-vis des points indésirables lors d'une navigation.

#### 9.4 Stabilisation/régulation d'un agent

Avant d'aborder le problème de la formation, on annonce les résultats de stabilisation et régulation d'un seul agent qui est constitué d'un robot mobile dans un plan navigant vers une cible fixe en présence d'un obstacle. On étudie la dynamique de forme :

$$\dot{q} = u \quad (9.9)$$

where  $q = (x, y) \in \mathbb{R}^2$  and  $u = (v, w) \in \mathbb{R}^2$ .

##### 9.4.1 Localisation d'un obstacle

L'obstacle dans un plan est considéré circonscrit par un cercle centré en  $O$  et de rayon  $r$ . L'obstacle peut avoir un mouvement limité par le cercle. Quand l'agent s'approche de l'obstacle, ceci implique que sa position  $q$  approche  $O_q$ ; point d'intersection du cercle et la ligne joignant  $O$  et  $q$  (figure (9.2)).

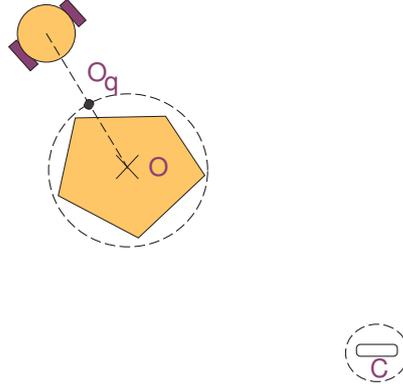
$$O_q = O + r \frac{q - O}{\|q - O\|} \quad (9.10)$$

ou  $\|\cdot\|$  denote la norme Euclidienne,  $r$  est le rayon du cercle.

Le point  $O_q$  est en mouvement quand  $q$  est en mouvement et dépend des coordonnées de l'agent. Ainsi, l'agent devrait éviter dans le temps tous les points appartenant au cercle entourant l'obstacle.

##### 9.4.2 Evitement d'un obstacle

A partir du théorème , notre objectif est d'en déduire la commande  $u_a$  qui stabilise l'équilibre et qui achève par  $\nu$  la régulation vis-à-vis d'un obstacle connu. Soit :



**Fig. 9.2.** Agent face à un obstacle

$$u_a = \begin{pmatrix} v_a \\ w_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix} \quad (9.11)$$

Cette commande assure pour le système (9.6) la convergence vers la cible, c'est un terme attractif. En contre partie, le terme repulsif est défini par le théorème suivant :

**Théorème 8** [12] Soit  $q_0 = (x_0, y_0)$  dénotant la position initiale du véhicule quand  $t = t_0$ ,  $V$  est la fonction de Lyapunov associée à  $\dot{q} = u_a$  et  $L(x)$  est l'équation de la droite qui lie le centre de l'objectif  $C = (C_x, C_y)$  à  $O$ .  $O$  est le centre du cercle circonscrivant l'obstacle. Alors,

$$u_r = \nu \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)^\perp \quad (9.12)$$

avec  $\nu \in \mathbb{R}$ ,

$$\nu = - \frac{\text{sign}([y_0 - L(x_0)][C_x - O_x])}{\|q - O_q\|} \quad (9.13)$$

$\text{sign} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

alors la position de l'agent décrite par (9.6), converge asymptotiquement vers la cible  $C$  tout en évitant  $O_q$ .

□

La preuve de ce théorème sera examinée après avoir introduit le lemme et corollaire suivants.

**Lemme 6** *Sous la loi de commande (9.11,9.12), comme  $\frac{\partial V}{\partial q} = (x \ y)^T$ , alors en boucle fermée, le système (9.9) devient*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + \frac{\text{sign}([y_0 - L(x_0)][C_x - O_x])}{\|q - O_p\|} y \\ \dot{y} &= -y - \frac{\text{sign}([y_0 - L(x_0)][C_x - O_x])}{\|q - O_p\|} x \end{aligned} \quad (9.14)$$

En coordonnée polaire  $(\rho, \theta)$ , on obtient la transformation suivante

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -\rho \\ \dot{\theta} &= -\frac{\text{sign}([y_0 - L(x_0)][C_x - O_x])}{|\sqrt{(\rho \cos \theta - O_x)^2 + (\rho \sin \theta - O_y)^2} - r|} \end{aligned} \quad (9.15)$$

□

**Preuve.** En effet, les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  peuvent être converties en polaires  $\rho$  et  $\theta$  comme suite :

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \theta \\ y &= \rho \sin \theta \end{aligned} \quad (9.16)$$

Après dérivation, on a :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\dot{\theta}\rho \sin \theta + \dot{\rho} \cos \theta \\ \dot{y} &= \dot{\theta}\rho \cos \theta + \dot{\rho} \sin \theta \end{aligned} \quad (9.17)$$

Soit  $F$  la transformation entre entre  $(\dot{x}, \dot{y})$  et  $(\dot{\rho}, \dot{\theta})$ . En multipliant  $F^{-1}$  par  $\dot{q}$ , les équations de la cinématique (9.15) s'en déduisant aisément.

■

Avant d'établir le corollaire, on introduit cette définition.

**Définition 1** (*ensemble invariant*). *Un ensemble  $\Omega$  est dit ensemble invariant pour la dynamique  $\dot{x} = f(x)$  si pour toute trajectoire  $x(t)$  démarrant d'un point de  $\Omega$  reste dans  $\Omega$  pour tout  $t$ .*

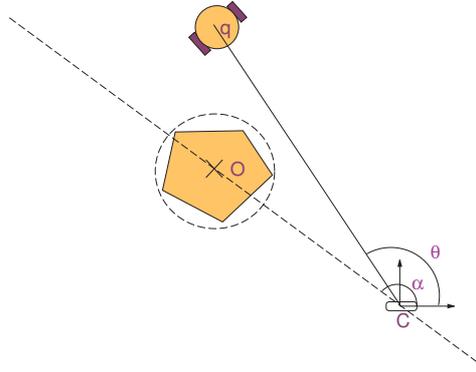
**Corollaire 1** *Nous introduisons les deux ensembles  $K$  et  $H$*

$$\begin{aligned} K &= \{q = (x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq L(x)\} \\ H &= \{q = (x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq L(x)\} \end{aligned}$$

ou  $L(x)$  est défini ci-dessus. Ces ensembles sont invariants par rapport aux systèmes (9.6) et (9.7)

□

**Preuve.** Notre investigation se base sur la figure 9.3. On suppose que le point  $C$  est l'origine du repère attaché à la cible. L'état  $\theta$ , qui est l'angle entre  $\vec{Cq}$  et l'horizontale, satisfait la transformation donnée par le lemme 6. L'accroissement/décroissement de ce dernier dépend du signe de la quantité  $[y_0 - L(x_0)][C_x - O_x]$ . On considère aussi l'angle  $\alpha$  entre  $L$  et l'horizontale. Ainsi, 4 cas de figure à distinguer :



**Fig. 9.3.** Figure illustrant l'angle  $\theta$  et  $\alpha$

**-Cas-1** Si  $C_x \geq O_x$ , on aboutit à deux situations

**1/** Si  $y_0 \geq L(x_0)$

$$\dot{\theta} = \frac{-1}{|\sqrt{(\rho \cos \theta - O_x)^2 + (\rho \sin \theta - O_y)^2} - r|} \leq 0, \text{ alors } \theta \leq \theta_0. \text{ Cependant,}$$

comme  $y_0 \geq L(x_0)$ , ce qui implique que  $\theta \leq \theta_0 \leq \alpha$ , alors pour tout temps  $t$ , l'état  $q(t)$  appartient au demi-plan supérieur défini par  $L$ . Ainsi,  $y \geq L(x)$ .

**1/** Si  $y_0 \leq L(x_0)$  alors  $\dot{\theta} \geq 0$ , par conséquent  $\theta \geq \theta_0$ , de même  $y_0 \leq L(x_0)$ , ce qui implique que  $\theta \geq \theta_0 \geq \alpha$ , ainsi  $q$  appartient au demi-plan inférieur défini par  $L$ . Ainsi,  $y \leq L(x)$ .

**-Cas-2** Si  $C_x \leq O_x$

Identiquement, on est face à deux cas de figure.

**3/** Si  $y_0 \geq L(x_0)$ ,  $\dot{\theta} \leq 0$  et en utilisant la même analyse que 1/ du **cas-1**, on aboutit à  $y \geq L(x)$ .

**4/** Si  $y_0 \leq L(x_0)$  en suivant la même analyse que **2/-Cas-1**, alors  $y \leq L(x)$ . Ces cas affirment que si  $y_0 \geq L(x_0)$  alors  $y \geq L(x)$  est conservé  $\forall t$ . Autrement,

$y \leq L(x) \forall t$ . Finalement, on peut conclure que  $K$  et  $H$  sont deux ensembles invariants par rapport au système différentiel (9.6) et (9.7).

■

Le précédent corollaire assure la régularité de la trajectoire de navigation vis-à-vis de l'existence d'un obstacle sur le parcours. Ainsi, si un véhicule est initialisé sur le demi-plan droit par rapport à la ligne  $L$  alors il évite l'obstacle tout en restant sur ce demi-plan. Autrement, l'évitement et la localisation auront lieu sur le demi-plan droit, si l'initialisation a eu lieu sur ce même demi-plan.

Maintenant, il reste à prouver le Théorème 8.

**Preuve.** La commande  $u_a = -q$  est un retour d'état stabilisant du modèle (9.9) et  $V$  est la fonction de Lyapunov associée à  $\dot{q} = u_a$ . Suite aux résultats du théorème 9.4.2, la commande  $u = u_a + u_r$  donnée par le théorème 8 stabilise asymptotiquement le système (9.6) au voisinage du point d'équilibre qui est la cible. Suite au Théorème 8, on a :

$$\nu = -\frac{\text{sign}([y_0 - L(x_0)][C_x - O_x])}{\|q - O_q\|} \quad (9.18)$$

Notre objectif est de montrer que  $\nu$  est borné, ainsi, le robot évitera le point  $O_q$ . Par conséquent, on évitera la collision avec l'obstacle.

Pour cela, rappelons qu'à partir du Lemme 6, on a

$$\dot{q} = -q + \nu q^\perp \quad (9.19)$$

la norme au carrée donne

$$\|\dot{q}\|^2 = (1 + \nu^2)\|q\|^2 \quad (9.20)$$

Sachant que

$$\langle \dot{q}/q^\perp \rangle = \nu \langle q^\perp/q^\perp \rangle = \nu\|q\|^2 \quad (9.21)$$

soit l'angle  $\delta = (\dot{q}, q^\perp)$ , ainsi

$$\nu = \frac{\|\dot{q}\|\|q\|\cos(\delta)}{\|q\|^2} \quad (9.22)$$

Après simplification et élévation au carrée, équation (9.22) donne

$$\nu^2 = \frac{\|\dot{q}\|^2}{\|q\|^2} \cos^2(\delta) \quad (9.23)$$

les écritures (9.20) et (9.23) donnent

$$\nu^2 = (1 + \nu^2) \cos^2(\delta) \quad (9.24)$$

où encore,

$$\nu^2 = \cotg(\delta) \quad (9.25)$$

Il est clair que  $\nu$  est non bornée pour  $\delta = k\pi$  pour  $k \in \mathbb{Z}$ . Afin de prouver que  $\nu$  est bornée, on procède par absurdité. Pour cela, supposons qu'il existe un *Ainsi, autemps*  $t_e$ ,

$$cq^\perp(t_e) = -q(t_e) + \lim_{t \rightarrow t_e} \nu q^\perp$$

et où on a,

$$cq^\perp(t_e) + q(t_e) = \lim_{t \rightarrow t_e} \nu q^\perp = \infty$$

qui est une absurdité, car suite au corollaire 1,  $q$  est bornée. En conclusion, la commande  $\nu$  est bornée et  $q$  évitera  $O_q$  pour tout  $t$ :

$$\|q - O_q\| \neq 0$$

■

## 9.5 Stabilisation/régulation d'une formation multi-agents

Le résultat du comportement d'une formation dépend fortement du problème de communication entre les agents. L'outil de communication dans notre étude réside dans les liaisons qui maintiennent l'information au fil du temps alors qu'un obstacle peut perturber le mouvement et séparer les agents. La question qu'on résout est la suivante: comment peut-on organiser et limiter la communication entre les agents vis-à-vis d'un objectif prédéfini? Généralement l'étude du comportement est réduite à un problème de convergence de la formation en une configuration géométrique, choisie comme cible. Dans un tel cas, la commande de la formation est classifiée en deux catégories; stabilisation/poursuite et régulation. Ceci est similaire à un problème de commande conventionnelle. Pour plus de détails, on peut se référer à Chen [121]. Dans notre stratégie, la réussite de la formation est basée sur la théorie des graphes. Cette théorie a montré son utilité dans les réseaux de communication [115, 118, 121].

Rappelons qu'un graphe de connexion est basé sur une configuration des liaisons qu'on note par  $G(\kappa, \varepsilon)$ . Le graphe  $G(\kappa, \varepsilon)$  est défini par deux ensembles;  $\kappa$  est l'index formé par  $n$  noeuds, avec  $\kappa = \{1, \dots, n\}$  et  $\varepsilon$  est le segment qui connecte deux noeuds en communication, tel que  $\varepsilon = \{(i, j) \in \kappa \times \kappa, j \in \mathcal{N}_i\}$  avec  $\mathcal{N}_i$  est l'ensemble de noeuds en connexion ou voisins avec le  $i^{me}$  noeud. Soit  $A = (a_{ij})$  la matrice de connexion, nommée la *matrice adjacente*, cette matrice contenant les différentes connexions entre les agents de la formation. Plus précisément, deux cas se présentent : Le *graphe direct* si le  $i^{me}$  agent est en relation avec le  $j^{me}$  agent alors  $a_{ij} = 1$  autrement  $a_{ij} = 0$ . Le *graphe indirect*, si le  $i^{me}$  agent est en relation avec le  $j^{me}$  agent, alors le  $j^{me}$  agent est en relation avec le  $i^{me}$ , i.e.  $a_{ij} = a_{ji} = 1$  autrement,  $a_{ij} = a_{ji} = 0$ . On note par  $\Delta$  la matrice diagonale telle que le  $i^{me}$  élément du diagonale correspond au nombre de connexions que le  $i^{me}$  agent peut établir avec les autres. On définit la *matrice Laplacienne*  $L$  comme suite :

$$L = \Delta - A \quad (9.26)$$

La matrice Laplacienne est la matrice clef dans la stabilisation des agents en formation. La multiplication par  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]$  de cette matrice, vecteur regroupant l'état et les noeuds, donne un vecteur dit de combinaison état-noeud. Par la suite, on considère que l'environnement de la formation est non libre d'obstacles. Après avoir fixé l'objectif qui est aussi la cible à atteindre, il s'agit de faire déplacer la formation d'une configuration initiale à celle présentant une forme géométrique par rapport à la cible. Rappelons le comportement d'une formation qui est décrit par :

$$\dot{q}_i = u_i \quad (9.27)$$

où  $q_i = (x_i, y_i)$  et  $u_i = (u_{x_i}, u_{y_i})$ . Soit pour la formation,

$$\dot{q} = u \quad (9.28)$$

avec  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n] \in \mathbb{R}^{2n}$  et  $u = [u_1, u_2, \dots, u_n] \in \mathbb{R}^{2n}$ .

La stabilisation/régulation de la formation multi-agents consiste à trouver une commande distribuée  $u$  qui stabilise chaque agent par rapport à la cible et assure l'évitement des obstacles. Au moment où la formation atteint la cible, on

cherche à imposer une configuration géométrique autour de l'objectif. Cette configuration finale est dépendante de l'application et de sa stratégie. Théoriquement, chaque commande devrait être subdivisée en deux parties garantissant l'évitement des obstacles et la capture<sup>1</sup> de la cible. Notre approche est basée sur la théorie des graphes qui assure l'interconnexion entre les agents. Un exemple de connexion entre plusieurs agents est donné par la figure 9.4 qui illustre un graphe à un niveau de profondeur avec plusieurs têtes (figure 9.4). Cependant, la figure 9.5 montre un graphe à un niveau de profondeur avec une seule tête. Ce dernier est adopté pour résoudre le problème de communication, soit l'interconnexion entre les agents de la formation terrestre.

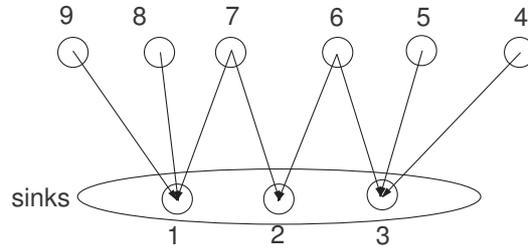


Fig. 9.4. Graphe de connexion à un niveau de profondeur et plusieurs leaders.

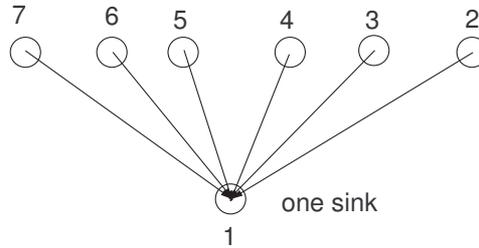


Fig. 9.5. Graphe de connexion à un niveau de profondeur et un seul leader.

A ce stade, on propose le théorème suivant :

**Théorème 9** [13] Soit  $(q, u) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}^{2n}$ . Considérons le système différentiel suivant :

$$\dot{q} = u \quad (9.29)$$

<sup>1</sup> Capture c'est aussi le contournement avec une configuration prédéfinie

Supposons que pour  $u = S(q)$ , la solution de l'équation (9.29) converge asymptotiquement vers le plus grand ensemble :

$$E = \{q \in \mathbb{R}^n / \dot{V} = 0\} \quad (9.30)$$

avec  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est telle que  $\dot{V} \leq 0$ .

La loi de commande suivante :

$$u = S(q) - \begin{pmatrix} \nu_1(q) & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \\ \vdots & 0 & \nu_n(q) \end{pmatrix} \otimes I_2 \begin{pmatrix} \left( \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial q} \\ \frac{\partial V}{\partial q} \end{pmatrix}_{x_1} \right)^\perp \\ \left( \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial q} \\ \frac{\partial V}{\partial q} \end{pmatrix}_{y_1} \right)^\perp \\ \vdots \\ \left( \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial q} \\ \frac{\partial V}{\partial q} \end{pmatrix}_{x_n} \right)^\perp \\ \left( \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial q} \\ \frac{\partial V}{\partial q} \end{pmatrix}_{y_n} \right)^\perp \end{pmatrix} \quad (9.31)$$

ou  $\otimes$  est le produit de Kronecker et  $\nu_i$  est une fonction  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  et

$$\frac{\partial V}{\partial q} = \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{x_1}, \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{y_1}, \dots, \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{x_n}, \left( \frac{\partial V}{\partial q} \right)_{y_n} \right] \quad (9.32)$$

fait converger asymptotiquement l'état vers le plus grand ensemble de  $E$ .

□

**Preuve.** La preuve complète est donnée en Annexe C, Section C.3.

■

**Remarque 10** La commande  $\nu = (\nu_1(q), \nu_2(q), \dots, \nu_n(q))$  permet de modifier la trajectoire de chaque agent, par conséquent le changement de son comportement vis-à-vis d'un obstacle. Cette commande jouera le rôle d'un régulateur en présence d'une telle perturbation. Dans notre cas de figure, il faut assurer l'évitement du cercle décrivant tous les obstacles.

### 9.5.1 Stratégie de déplacement communicante

Dans ce paragraphe, on propose une stratégie de déplacement telle que tous les agents communiquent entre eux. Cette stratégie est définie dans un premier temps par la matrice dite adjacente. Les résultats de stabilité sont basés sur la construction de la matrice Laplacienne. Le graphe de connexion est adopté pour déplacer la formation vers la cible tout en considérant l'existence des obstacles dans son environnement.

**Théorème 10** Soit  $G(\eta, \epsilon)$  un graphe direct qui présente un niveau de profondeur avec une seule tête qui est le leader et où  $\eta = \{1, \dots, n, r\}$  est l'ensemble de noeuds et  $\epsilon = \{(i, j) \in \eta \times \eta / i \in \mathcal{N}_j\}$  est l'ensemble de branches. Soit  $L$  la matrice Laplacienne associée à  $G$  et  $\mathfrak{L}$  la quantité  $L \otimes I_2$ .

On considère la cinématique suivante:

$$\dot{\tilde{q}} = \tilde{u} \quad (9.33)$$

où  $\tilde{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n, q_r] \in \mathbb{R}^{2(n+1)}$  est le vecteur regroupant les positions des agents. Soit  $k = (k_1, k_2, \dots, k_n, 0)$ ,  $k_{ij} = k_i - k_j \equiv q_i^r - q_j^r$ , avec  $q_i^r$  la configuration de référence de l'agent  $i$ .

La commande suivante :

$$\tilde{u} = -\mathfrak{L}(\tilde{q} - k) - \begin{pmatrix} h_1 & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \\ \vdots & 0 & h_r \end{pmatrix} \otimes I_2 \begin{pmatrix} \left( \begin{array}{c} (P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k))_{x_1} \\ (P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k))_{y_1} \\ \vdots \\ (P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k))_{x_r} \\ (P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k))_{y_r} \end{array} \right)^\perp \end{pmatrix} \quad (9.34)$$

fait converger l'état vers la configuration d'équilibre en assurant l'évitement de  $O_{q_i}$ .  $h_i = \frac{\text{sign}([y_{i0} - L_i(x_{i0})][C_{ix} - O_x])}{\|q_i - O_{q_i}\|}$  et  $P(G)$  est la matrice de désaccord donnée par la Proposition 8 en Annexe C, Section C.1.

□

Les résultats de la proposition et du lemme suivants sont utiles pour montrer les résultats du Théorème 10. Pour cela, on considère la cinématique avec les mêmes conditions que celles du théorème 8. Soit:

$$\dot{\tilde{q}} = -\mathfrak{L}(G)(\tilde{q} - k) \quad (9.35)$$

On peut subdiviser l'équation ci-dessus :

$$\dot{\tilde{q}}_x = L(\tilde{q}_x - k_x) \quad \dot{\tilde{q}}_y = L(\tilde{q}_y - k_y) \quad (9.36)$$

où  $\tilde{q}_x = (x_1, x_2, \dots, x_n, x_r)$ ,  $\tilde{q}_y = (y_1, y_2, \dots, y_n, y_r)$ ,  $k_x = (k_{x_1}, k_{x_2}, \dots, k_{x_n}, 0)$  and  $k_y = (k_{y_1}, k_{y_2}, \dots, k_{y_n}, 0)$ .

À présent, on introduit la proposition suivante :

**Proposition 7** *Soit*

$$V = (\tilde{q} - k)^t P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k) \quad (9.37)$$

où  $P(G)$  est la matrice de désaccord donnée par la Proposition 8. La solution de (9.35) converge vers le grand ensemble invariant

$$\begin{aligned} E &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \dot{V} = 0\} \\ &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \mathfrak{L}(G)(\tilde{q} - k) = 0\} \end{aligned} \quad (9.38)$$

□

**Preuve.** La preuve de cette proposition est donnée en Annexe C, Section C.4. ■

**Lemme 7** *On considère que le graphe direct  $G$  a un niveau de profondeur avec un seul leader, alors la matrice laplacienne  $L(G)$  présente une valeur propre zéro associées au vecteur propre  $1_n$  et toutes les autres valeurs propres sont strictement positives.*

□

**Preuve.** La preuve de ce lemme est développée en Annexe C, Section C.5. ■

**Preuve du théorème 10.** Pour l'équation

$$\dot{\tilde{q}} = \mathfrak{L}(\tilde{q} - k) \quad (9.39)$$

à partir de la Proposition 7, les solutions de cette équation convergent vers le plus grand ensemble invariant

$$E = \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \dot{V} = 0\} \quad (9.40)$$

où

$$V = (\tilde{q} - k)^t P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k) \quad (9.41)$$

Alors que,

$$\frac{\partial V}{\partial \tilde{q}} = P(G) \otimes I_2(\tilde{q} - k) \quad (9.42)$$

A partir du Théorème 9, la loi de commande (9.34) assure la convergence du système vers :

$$\begin{aligned} E &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \dot{V} = 0\} \\ &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \mathcal{L}(\tilde{q} - k) = 0\} \end{aligned} \quad (9.43)$$

Si  $\mathcal{L}(\tilde{q} - k) = 0$  alors  $L(\tilde{q}_x - k_x) = 0$  et  $L(\tilde{q}_y - k_y) = 0$ . En utilisant le Lemme 7 et le fait que le graphe de  $L$  a un seul niveau de profondeur à un noeud, ceci implique que  $L$  a un zéro comme valeur propre associé au vecteur propre  $1_n$ . Ceci garantit à la fois que  $(q_x - k_x)$  et  $(q_y - k_y)$  sont les vecteurs propres de  $L$  appartenant au  $\text{span}\{1_n\}$ . Par conséquent,

$$\tilde{q}_i - k_i = cst \quad \forall i \quad \text{alors} \quad q_i - q_j = k_{ij} \quad \forall j \in N_i \quad (9.44)$$

Par conséquent,  $q = [q_1, \dots, q_n, q_r]$  converge vers la configuration désirée.

En considérant la loi de commande (9.34), on obtient :

$$\dot{q}_r = 0$$

alors

$$q_r = q_{r0}$$

et

$$\dot{q}_i = - \begin{pmatrix} x_i - x_r - (k_{x_i} - k_{x_r}) \\ y_i - y_r - (k_{y_i} - k_{y_r}) \end{pmatrix} - \nu_i \begin{pmatrix} (\frac{\partial V}{\partial q})_{x_i} \\ (\frac{\partial V}{\partial q})_{y_i} \end{pmatrix}^\perp$$

En relation avec le Théorème 8,  $q_i$  évite  $O_{q_i}$

■

## 9.6 Résultats de simulation

Dans l'objectif de valider l'approche proposée, deux exemples ont été testés : un seul agent, formé par un robot mobile autonome naviguant en  $2D$  contenant un obstacle (figures 9.6-9.7). Il s'agit de faire évoluer ce véhicule vers une cible, représentée par un triangle. La figure 9.6 montre une navigation autonome et l'agent est initialisé sur le demi-plan supérieur limité par  $L$ . On montre en particulier l'agent qui passe à travers un obstacle circonscrit par un cercle. L'obstacle peut subir un mouvement à l'intérieur de ce cercle. Le cercle peut être aussi large de sorte qu'il intègre plusieurs obstacles. En contre partie, si l'agent est initialisé sur le demi-plan inférieur limité par  $L$ , il suit une autre trajectoire le conduisant jusqu'à la cible avec un évitement d'obstacle (figure (9.7)). Cette première constatation confirme les résultats du corollaire 1. La commande proposée assure

une continuité dans le comportement de l'agent, i.e. sans que ce dernier passe par un point d'arrêt. Ce résultat est aussi différent à celui proposé dans la littérature et où la commande a une structure qui varie. On souligne qu'un point d'arrêt peut être une source de consommation d'énergie et une augmentation du temps de navigation. Pour une formation composée de six robots physiquement identiques, il reste à vérifier les résultats de la commande (9.34), donnés par le Théorème 9. On propose de vérifier deux scénarios de navigation. Afin de protéger un agent en présence d'un obstacle dans un environnement connu, le premier scénario consiste à contourner cet agent (objectif). La figure 9.8 illustre un tel comportement de chaque élément de la formation autour de l'objectif. Une fois l'objectif atteint, le second scénario consiste à aligner chaque agent. La manière et l'ordre de l'alignement dépendront de la stratégie adoptée et nécessiteront une analyse plus avancée. Dans nos tests, l'ordre n'est pas nécessaire, néanmoins tous les agents devront former une ligne droite à l'arrivée (figure 9.9). Dans chaque cas, la réussite est accomplie à la fois en stabilisation et régulation.

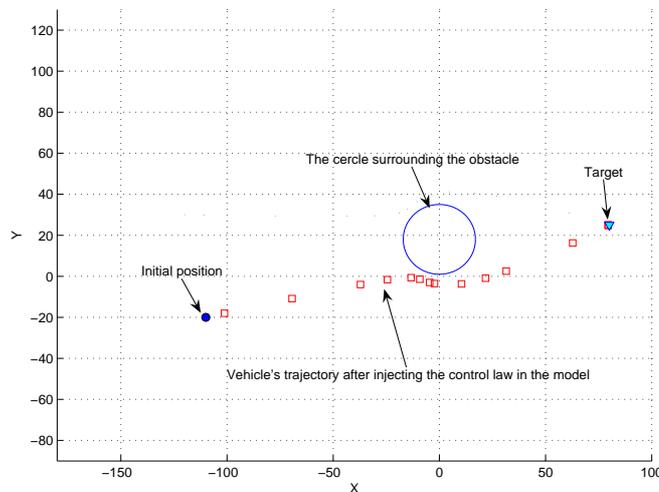


Fig. 9.6. Navigation d'une formation initialisée sur le demi-plan droit de  $L$

## 9.7 Conclusion

Pour une navigation en formation, composée de plusieurs robots mobiles plan, plusieurs ensembles attractifs ont été construits traduisant la méthodologie de convergence et de régulation vers une cible prédéfinie. La méthode traitant

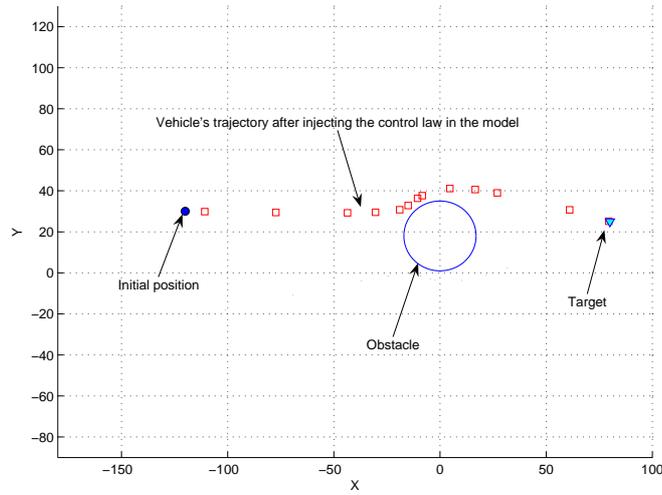


Fig. 9.7. Navigation d'une formation initialisée sur le demi-plan gauche de  $L$

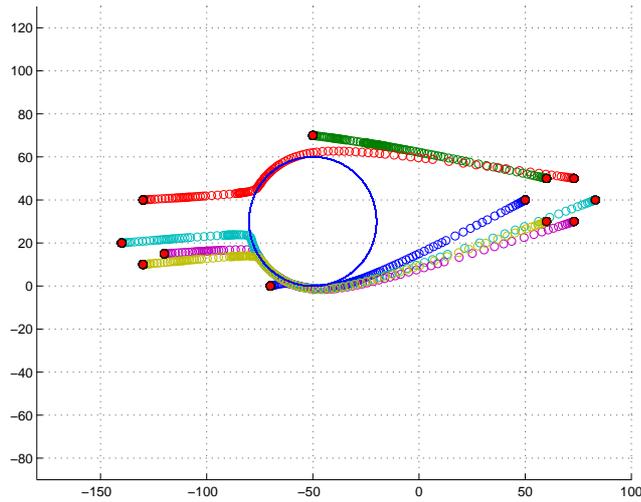
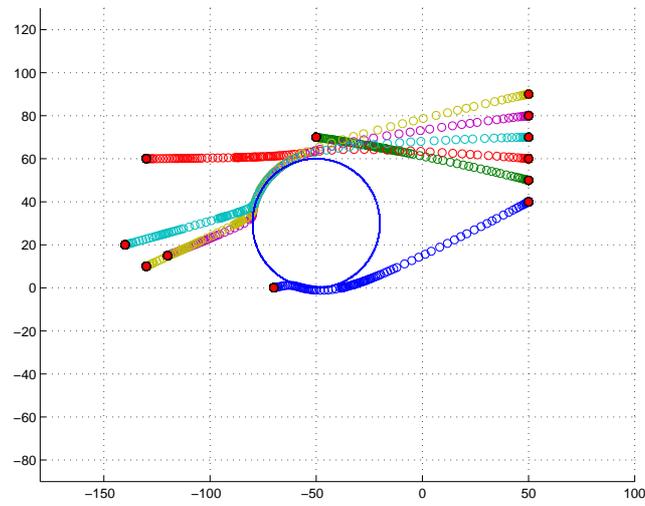


Fig. 9.8. Stabilisation/régulation de la formation vers une forme qui contourne la cible.

un seul robot a été généralisée à la formation composée par  $n$  robots mobiles. On note la sub-division de la commande en deux parties dont la première partie assure la stabilisation vers l'objectif et la seconde partie modifie la nature de la trajectoire à suivre tel que le cercle circonscrivant les obstacles en mouvement soit évité. Par rapport à l'évolution de la formation, en utilisant les graphes de connexion, la particularité de la commande proposée est sa distribution qui préserve l'interconnexion entre les agents. On avait défini deux scénarios par



**Fig. 9.9.** Stabilisation/régulation de la formation vers une ligne droite.

rapport à l'objectif. On a montré à travers les simulations que la formation est stable et atteint l'objectif sous certaines configurations désirées avec l'évitement des obstacles.



Conclusion générale



## Conclusions et Perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire est le résultat d'une collaboration fructueuse avec les membres du laboratoire LSC, l'équipe *VASCO* du laboratoire *IBISC* (mécaniciens et automaticiens) et ceux de l'équipe automatique du Laboratoire d'Ingénierie Mathématiques (*LIM*) de l'Ecole Polytechnique de Tunisie, *EPT*. Il s'agit d'une contribution au développement de l'autonomie des véhicules terrestres, des engins volants et d'une plate-forme à base de plusieurs robots (à présent unicycle) en formation. Ce dernier axe est en cours de développement et regroupe trois laboratoires dont deux ont été cités et le troisième est le laboratoire *Control and Systems Engineering* de l'Université de Poznan.

J'ai mis en évidence dans un premier temps les équations qui décrivent les comportements géométriques, cinématiques et dynamiques d'un véhicule terrestre et aérien. La paramétrisation qui est une ébauche du comportement d'un tel modèle a précédé l'élaboration de la commande, tandis que l'identification des paramètres a été fusionnée dans la commande à travers une procédure adaptative. Pour une implémentation en temps réel, vu la complexité de l'algorithme d'adaptation, ce dernier ne peut pas être retenu. Une fois les paramètres obtenus, d'autres développements ont conduit à la commande adéquate. L'autonomie du modèle obtenu se traduit par la stabilisation de l'équilibre ou de la variété d'équilibre (cas du véhicule terrestre) et le suivi d'une trajectoire de référence, jugée admissible vis-à-vis des limites propres au système et des contraintes imposées par son environnement. Pour la réussite d'un tel algorithme de commande, on a répondu à certaines questions: le modèle du système est-il commandable? Le comportement du système peut-il être réduit à l'étude d'un point (sortie plate)? Est-il possible de stabiliser le modèle par une commande continue dépendant uniquement de l'état? La transformation du modèle vers une autre

base d'étude existe-t-elle, est-elle régulière et facilitera-t-elle notre étude? Les conditions de linéarisation du modèle dégraderont-elles son comportement réel? Etc.

Sur un volet tout aussi fondamental, la transposition des techniques classiques de commande des systèmes linéaires, pour la réalisation d'objectifs de commande élémentaires constitue une alternative viable dans la pratique, ceci est au détriment d'une performance souhaitée par l'application. Par conséquent, le caractère fondamentalement non-linéaire des systèmes traités nécessite le recours à des techniques de commande se démarquant profondément des méthodes classiquement utilisées dans le cadre des systèmes linéaires ou linéarisables et l'écartement d'une démarche théorique impliquant un retour d'état continu fonction uniquement de l'état du système.

Aux démarches évoquées ci-dessus, j'ai apporté les réponses théoriques adéquates. Leurs efficacités ont été mises en évidence par les algorithmes de simulation sous Matlab. Nos résultats ont été concrétisés par des publications nationales et internationales. Nous remarquons que l'autonomie de l'application a été l'objectif commun aux différents résultats et publications proposées. Il est intéressant de constater aussi que le sous actionnement est une propriété partagée par les modèles établis. Elle se traduit par le fait que la dimension de l'espace de configuration du système est strictement supérieure au nombre d'entrées de commande, qui est une source d'une plus grande difficulté dans l'élaboration de la commande. Dans cette optique, la technique de changement de variable a montré son efficacité tout en créant une nouvelle base d'étude suffisamment régulière. Alors que cette dernière n'est pas unique et ne présente généralement aucune signification physique. D'autres propriétés telles que la platitude à partir de laquelle le comportement du système peut être complètement décrit par un ensemble de fonctions indépendantes dépendantes des variables du système et de leurs dérivées, une fois identifiée, c'est une grande étape vers la réussite de la commande et la planification de la référence.

Dans ce rapport, les travaux de recherche exposés ont été divisés en trois grands axes: véhicules terrestres, engins volants et multi-véhicule en formation. Chaque axe est présenté comme étant une partie indépendante introduite par un chapitre décrivant les fondements scientifiques et les motivations. Ces travaux ont apporté un certain nombre de réponses mais ont suscité des interrogations ouvrant la porte à de nouveaux axes de recherche. Ainsi, parmi

les points sur lesquels je souhaite poursuivre mes recherches, nous trouvons les coopérations entre plusieurs entités autonomes homogènes et hétérogènes. Le modèle et l'organisation de la formation pourront être une représentation biologique du comportement d'un animal vivant en groupe. Ce sujet a été entamé et l'originalité de nos résultats préliminaires a été présentée dans la dernière partie de ce rapport. J'ajouterai que la réussite de la formation passe par un modèle de l'interconnexion et de la communication entre les agents. L'approche qu'on a proposée fait appel à la théorie des graphes, appliquée souvent au communication des réseaux en informatique. Dans le futur, cette stratégie devrait passer par une étape d'optimisation de l'algorithme de connexion. Dans la démarche proposée, l'organisation et la convergence de la formation ont été une grande réussite suite à la construction des ensembles attractifs autour de l'objectif à atteindre. Enfin, sous forme d'un projet, la plate-forme CIRTA (Coopération Intelligente entre Robots Terrestres et Aériens) est un sujet de recherche pluridisciplinaire à partir duquel on peut toujours innover et faire ainsi preuve de nos compétences autour de l'autonomie des systèmes intelligents.



---

## Références

1. A. Abichou, L.Beji, R.Slim, *Exponential stabilization of some equilibria of automated vehicles*, International Conference on Advanced Robotics, Coimbra, Portugal, 2003.
2. P.AShvrin, *On chaotic Behaviour of the car*, Proceedings of the European Control Conference, 2001 , pp.2187-2192.
3. Ph. Martin, S. Devasia, and B. Paden. A different look at output tracking: control of a VTOL aircraft, *Automatica*, Vol. pp.101–108, 1995.
4. R. Lozano, P. Castillo et A. Dzul, *Global Stabilization of the PVTOL: Real-time application to a mini-aircraft*, Int. Journal of Control, vol.77, No.8, pp 735-740, 2004.
5. A. Dzul, T. Hamel et R. Lozano, *Helicopters Nonlinear Control via Backstepping Techniques*, European Control Conference, 2001.
6. I. Fantoni et R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*, Communications and Control Engineering Series. Springer-Verlag. London, 2001.
7. Hauser, J., S. Sastry and G. Meyer, *Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems: Application to v/stol aircraft*, *Automatica* 28(4), 665–679, 1992.
8. F. L. Zhang and W. Brandt, *Robust hovering control of a PVTOL aircraft*, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.7, Nr3, pp.343-351, 1999.
9. C. Cao, N. Hovakimyan, *Novel Neural Network Adaptive Control Architecture with Guaranteed Transient Performance*, Special Issue on Feedback Control of IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 18, No. 4, pp. 1160-1171, 2007.
10. E. Altug and J. P. Ostrowski et R. Mahony, *Control of a quadrotor helicopter using visual feedback*, Proc. of ICRA, 2002.
11. F. Boyer and M. Alamir, *Further results on the accessibility of a satellite with two reaction wheels*, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. Vol 30(2), 2007.
12. M.A.ElKamel, L.Beji, A.Abichou *A novel obstacle avoidance approach for mobile robot cooperation and target capturing*, International Conference in Intelligent Systems and Automation, CISA'09, Zarzis, Tunisia, March 2009.
13. M.A.ElKamel, L.Beji, A.Abichou *A decentralized formation control method including self-organization around a target*, Accepted to the 9th International IFAC Symposium on Robot Control, SyRoCo'09, Japan, 2009.
14. Guenard N., Hamel T., Moreau V., *Modélisation et élaboration de commande de stabilisation de vitesse de correction d'assiette pour un drone de type X4-flyer*, CIFA, 2004.

15. E. Frazzoli, M.A. Dahleh, E. Feron, *Landing an unmanned air vehicle : vision based motion estimation and nonlinear control*, AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, 5(1), pp.116-129, 2002.
16. E. Altug, *Vision based control of unmanned aerial vehicles with applications to an autonomous four rotor helicopter, quadrotor*, PhD Thesis, University of Pennsylvania, 2003.
17. N. Azouz, Y. Bestaoui, Modelling and simulation of a mini quad-rotor helicopter, Proceeding of DTM2005, ASME Design Theory and Methodology Conferences, Long Beach, California, 2005.
18. L.Beji, *Modélisation, Identification et commande d'un robot parallèle*, Thèse de doctorat en Robotique de l'Université d'Evry Val d'Essonne, 1997.
19. L.Beji, *Modélisation dynamique des robots manipulateurs: Symoro+*, DEA de l'Ecole Centrale de Nantes, équipe Robotique, 1993.
20. L.Beji and Y.Bestaoui, *An adaptive control method of automated vehicles with integrated longitudinal and lateral dynamics in road following*, ROMOCO'01, Bukowy-Dwerek, October 18-20, Poland, 2001.
21. L.Beji and Y.Bestaoui, *Control of integrated longitudinal and lateral dynamics of automated vehicle in road following*, Euromech'01 Sept. 24-27, ENS Cachan, France, 2001.
22. L.Beji, A. Abichou and Y.Bestaoui, *Stabilization of a Nonlinear Underactuated Autonomous Airship-A Combined Averaging and Backstepping Approach*, ROMOCO'02, Bukowy-Dwerek, September19-21, Poland, 2002.
23. L. Beji, A. Abichou, R. Slim, *Longitudinal and steering stabilization of an underactuated autonomous vehicle*, International IFAC Symposium on Robot Control, Waroclaw, Pologne, 2003.
24. L.Beji, A. Abichou and Y.Bestaoui, *Position and attitude control of an underactuated autonomous airship*, Journal of Differential Equations, Vol.8, No.3, pp. 2003.
25. L. Beji et A.Abichou, *Tracking Control of Trim Trajectories of a Blimp for Ascent and Descent Flight*, International Journal of Control. Vol.78, No.10, pp. 706-719, 2005.
26. L.Beji and Y.Bestaoui, *Motion Generation and adaptive control method of automated guided vehicles in road following*, IEEE-Transactions on Intelligent Transportation Systems Council, V.6, No.1, pp. 113-123, 2005.
27. L.Beji, A.Abichou, M.K.Zemalache, *Smooth control of an X4 bidirectional rotors flying robot*, 5th IEEE International Workshop on Robot Motion and Control, (IEEE RoMoCo'05), Dymaczewo, Poland, 23-25 June 2005.
28. L.Beji, A.Abichou, *Streamlined Rotors Mini Rotorcraft: Trajectory Generation and Tracking*, Int. Journal of Control Automation, and Systems, V.3, No.1, pp. 87-99, 2005.
29. L.Beji, A.Abichou, *Trajectory Generation and Tracking of a Mini-Rotorcraft*, IEEE Int. Conference On Robotics and Automations, ICRA, Avril 18-22, barcelone, Espagne, 2005.

30. L.Beji, A. Abichou, N. Azouz, *Modeling, motion planning and control of the drones with revolving aerofoils: An outline of the XSF project*, Springer VerLag, In Robot Motion and Control Recent Developments, Kozlowski, K. (Ed.), Vol. 335, 2006, ISBN 978-1-84628-404-5.
31. L.Beji and A.Abichou, *Tracking Control of Automated Guided Vehicles*, Springer Verlag, "Robot Motion Control", Kozlowski, K. (Ed.), 2007.
32. L.Beji and A.Abichou, *Tracking control of Automated Guided Vehicles*, Sixth IEEE International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo'2007), Bukowy Dworek, Poland, June 11-13, 2007.
33. A.Abichou, L.Beji and S.Samaali, *Various tracking controllers in various navigation plans of an unmanned aerial blimp*, Submitted to the Int. Journal of Vehicle Autonomous Systems (submitted, Novembre 2008).
34. H.Ben Aissa, *Modélisation et stabilisation d'un véhicule terrestre en tenant compte du tangage et du roulis*, Rapport de Mastère recherche de l'Ecole Polytechnique de Tunisie, 2006.
35. L.Beji and A.Abichou, *Tracking Control of Automated Guided Vehicles*, Springer Verlag, Robot Motion Control, Kozlowski, K. (Ed.), 2007.
36. L.Beji, A.Abichou, M.K.Zemalache, *Smooth control of an X4 bidirectional rotors flying robot*, 5th IEEE International Workshop on Robot Motion and Control, (IEEE RoMoCo'05), Dymaczewo, Poland, 23-25 June 2005.
37. R. W. Brockett, *Asymptotic stability and feedback stabilization*, in Differential Geometric Control Theory, eds: R.W. Brockett, R.S. Millman et H.J. Sussmann, Progress in Math., irkhäuser, Basel-Boston, V.27, pp. 181-191, 1983.
38. K.M.Zemalache, L.Beji and H.Maaref, *Tracking-control investigation of two X4-flyers*, 2nd International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, (ICINCO 2005), Spain, Vol. 2, pp. 16-23, 14-17 September 2005.
39. K.M.Zemalache, L.Beji and H. Maaref, *Control of an under-actuated system: Application to a four rotors rotorcraft*, 5th IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, (IEEE ROBIO 2005), Hong Kong, China June 29 - July 03, 2005.
40. L.Beji, A.Abichou, *Trajectory Generation and Tracking of a Mini-Rotorcraft*, IEEE International Conference On Robotics and Automations, ICRA, Avril 18-22, Barcelone, Espagne, 2005
41. H.Maaref, K.M. Zemalache and L.Beji, *Self-tunable Fuzzy Inference System: A Comparative Study for a Drone*, Springer Berlin/Heidelberg, "Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing", O. Castillo, Ed.; pp.691-700, 2007.
42. H.Maaref, K.M.Zemalache L.Beji, *Self-tunable fuzzy inference system: a comparative study for a drone*, International Fuzzy Systems Association, IFSA'2007, Cancun, Mexico, June 18-21, 2007.
43. K.M.Zemalache, L.Beji and H.Maaref, *Motion Planning and Stabilisation of a X4 Bidirectional Rotors using a Neuro-Fuzzy Controller*, 9th International Symposium on Climbing and Walking Robots and Associated Technologies, Royal Military Academy, Brussels, Belgium, pp. 678-683, 11-14 September 2006.

44. K.M.Zemalache, W.Ben yahia, L.Beji and H.Maaref, *Neuro-Fuzzy System Controlling a X4-Flyer*, 5th International Symposium on Robotics and Automation 2006, San Miguel Regla Hidalgo, México, pp. 460-465, August 25-28, 2006.
45. Y. Bestaoui, *An optimal velocity generation of a rear wheel drive tricycle along a specified path*, in Proc. ACC, American Control Conference, 2000, pp. 2907-2911.
46. C. M. Bishop, *Regularization and complexity control in feedforward neural networks*, Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks, Paris, 1995.
47. D.M. Boskovic, M. Kritic, *Global attitude/position regulation for underwater vehicles*, Int. Journal of Systems Science, 30, 939- 946, 1999.
48. S. Bouabdallah and P. Murrieri et R. Siegwart, *Design and control of an indoor micro quadrotor*, IEEE ICRA, New Orleans, USA, 2004.
49. S. Bouabdallah, A. Noth et R. Siegwart, *PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*, Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. On Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, 2004.
50. S. Bouabdallah, R. Siegwart, *Backstepping and Sliding-Mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*, Proc. of the IEEE, Int. Conf. on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.
51. M.Y. Chow, *An analysis of weight decay as a methodology of reducing three-layer feedforward artificial neural network for classification problems*, ICNN'94, Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks, Orlando, 1995.
52. J.-M.Coron and L. Rosier, *A relation between continuous time-varying and discontinuous feedback stabilization.*, in Proc. of CMAA and J. Math. Systems Estimations, and Control 4, 1994, pp.67-84.
53. J.-M.Coron, *On the stabilization of some nonlinear control systems: results, tools, and applications*, NATO Advanced Study Institute, July 27-August 7, Montreal, 1998.
54. A. Chriette, *Contribution à la Commande et à la Modélisation des Hélicoptères : Asservissement Visuel et Commande Adaptative*, Thèse de l'Université d'Evry Val d'Essonne, 2001.
55. F.Cheng, G.Zhong, Y.Li et Z.Xu, *Fuzzy controle of a double inverted pendulum*, Journal of fuzzy sets and systems, pp. 315-321, 1996.
56. B. Etkin, L. DuffReid, *Dynamics of Flight*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1959. ISBN 0-471-03418-5.
57. T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles* John Wiley Sons Ltd, Chichester, (1994).
58. Li-C. Lai, Chi-C. Yang et Chia-J. Wu, *Time-Optimal Control of a Hovering Quadrotor Helicopter*, Journal of Intelligent and Robotic Systems, Vol.45, No.2, pp.115-135, 2006.
59. P.C. Garcia, *Modélisation et Commande d'un Mini Hélicoptère à Quatre Rotors*, Thèse de l'Université de Technologie de Compiègne, 2004.
60. K.Y. Pettersen and O. Egeland, *Time-varying Exponential Stabilization of the Position and Attitude of an Underactuated Autonomous Underwater Vehicle*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No. 1, (1999), pp. 112-115.

61. E.C. de Paiva, S.S. Bueno, S.B.V. Gomes, *A Control System Development Environment for AURORA's Semi-Autonomous Robotic Airship*, Proc. 1999-IEEE Conference on Robotics Automation, Detroit. Michigan, (1999), pp. 2328-2335.
62. R. Lozano, P. Castillo, P. Garcia et A. Dzul, *Robust Prediction-Based Control for Unstable Delay Systems: Application to the Yaw Control of a Mini-Helicopter*, Automatica, 2003.
63. P. Castillo, R. Lozano et E. Alejandro, *Modelling and control of Small Autonomous Airships*, in Modelling and Control of Mini-Flying Machines, Springer VerLag Series, 2005.
64. A.Loftia, *Two stage inverted pendulum*, <http://marg.ntu.ac.uk/Loftia/course/twostage.html>, 1999.
65. B.Laroche, Ph.Martin, N.Petit, *Commande par platitude, Equations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles* Notes de cours, Cours B7-4 du Module Automatique Avancée, 2005-2006. <http://cas.ensmp.fr/petit/ensta/index.html>.
66. R.Mlayeh, L.Beji, A.Abichou, *B-UAV tracking control integrating planned yaw and longitudinal/lateral inputs*, Third US-European Workshop and Competition about Micro-Aerial Vehicules, Toulouse, 2007.
67. C.Samson, Control of chained systems. Application to path following and time-varying point stabilization of mobile robots, IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, vol. 40, no 1, p. 64-77.
68. P. Morin, C. Samson, J. B. Pomet, Z. P. Jiang, *Time-varying exponential stabilisation of the attitude of a rigid spacecraft with tow controls*, Rapport d'activité, INRIA, Mai, 1994.
69. A. Mokhtari et A. Benallegue, *Dynamic Feedback Controller of Euler Angles and Wind Parameters Estimation for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*, In Proceeding of the IEEE International Conference on intelligent Robots and Systems, 2004.
70. A. Mokhtari, A. Benallegue et B. Daachi, *Robust Feedback Linearization and GH infini Controller for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*, Journal of electrical engineering, V.57, N.01, pp.20-27, 2006.
71. R.M'Closkey, *An averaging theorem for time-periodic degree zero homogeneous differential equations*, Systems and Control Letters, V.32, pp.179-183, 1997.
72. R.M'Closkey, P.Morin, *Time-varying homogeneous feedback: desing tools exponential stabilization of systems with drift*, Int. J. of Control, Vo.71, No.05, pp.837-869, 1998.
73. R. Outbib, A. Rachid, *Control of vehicle speed: a non linear approach*, In Proc. of CDC, Australia, 2000.
74. M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, P. Rouchon, *Flatness and Defect of Non-linear Systems: Introductory Theory and Examples*, Int. J. of Control, Vol.61, No.6, pp.1327-1361, 1995.
75. P.Martin et P. Rouchon, *Systèmes plats, planification et suivi de trajectoires*, Notes, Journée X-UPS,1999. Cours téléchargeable à l'adresse: <http://math.polytechnique.fr/xups/vol99.html>.

76. N. Sadeghi, B. Driessen, *Minimum time trajectory learning*, in Proc. ACC, American Control Conference, 1995, pp. 1350-1354.
77. S. Samaali, A. Abichou et L. Beji, *Longitudinal and horizontal stabilization of an unmanned blimp*, Int. Journal of Vehicle Autonomous Systems, Vol.5, No.1-2, pp. 138-157, 2007.
78. S. Samaali, *Commande de Navigation d'un dirigeable autonome sous actionné dans les trois plans: Longitudinal, Horizontal et Latéral*, Thèse de Doctorat de l'Université d'Evry Val d'Essonne, Robotique, janvier 2007.
79. Y. Kanayama and B. I. Hartmann, *Smooth local path planning for autonomous vehicles*, J. of Autonomous Robot Vehicles, I. J. Cox, G. T. Wilfong ed., Springer-Verlag, 1990, pp.62-67.
80. G. A. Houry, J. D. Gillet, *Airship technology*, Cambridge university press, (1999).
81. T. Hamel, R. Mahony, *Visual serving of a class of under-actuated dynamic rigid-body systems*, In Proc. of the 39th IEEE Conference on decision and control, 2000.
82. T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano et J. P. Ostrowski, *Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer*, in IFAC 15th World Congress on Automatic Control, Barcelona, Spain, 2002.
83. T. Hamel, P. Souères, *Modélisation, estimation et contrôle des drones à voilures tournantes: Un aperçu des projets de recherche français*, JNRR'05, IRISA, 2005.
84. J. Hauser, S. Sastry, G. Meyer, *Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: Application to V/STOL aircraft*, Automatica, V.28, N.04, pp.665-679, 1992.
85. Khalil-Hassen, K., *Nonlinear Systems*, Third Edition, Prentice-Hall, 2002.
86. E. Hygounenc, P. Souares, S. Lacroix, *Modélisation d'un dirigeable: étude cinématique et dynamique*, Technical Report 426, Laas-cnrs, Toulouse, France, 2000.
87. H. Hu, M. Brady and P. Probert, *Trajectory planning and optimal tracking for an industrial mobile robot*, in Proc. SPIE, Boston, Ma, vol.2058, 1993, pp. 152-163.
88. L. Jouffe, *Apprentissage de systèmes d'inférence floue par des méthodes de renforcement: Application à la régulation d'ambiance dans un bâtiment d'élevage porcin*, Thèse de l'Université de Rennes I, 1997.
89. M. I. Jordan and D. Rumelhart, *Internal world models and supervised learning*, Journal of Prog. of the eighth Int. Workshop on Machine Learning, pp.70-74, 1991.
90. Michèle Lutaud-Brunet, *Identification et Contrôle de Processus par Réseaux Neuro-Flous*, Thèse de l'Université d'Evry Val d'Essonne, 1996.
91. H. Maaref, *Traitement de Données Imparfaites dans le Cadre de la Théorie du Flou: Contribution à la Navigation et à la Localisation d'un Robot Mobile*, HDR de l'Université d'Evry Val d'Essonne, 2000.
92. H. Maaref and C. Barret, *Sensor-based navigation of a mobile robot in an indoor environment*, Journal of Robotics and Autonomous Systems, 38, pp.1-18, 2002.
93. A. Tayebi and S. McGilvray, *Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot*, 43rd IEEE CDC, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, 2004.
94. A. Tayebi and S. McGilvray, *Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft*, IEEE Trans. on control systems technology, V.14, N.03, pp.562-571, 2006.

95. V. Munoz, A. Ollero, M. Prado and A. Simon, *Mobile robot trajectory planning with dynamic and kinematic constraints*, in Proc. ICAR, International Conference in Robotics and Automation, 1994, pp.2802-2807.
96. D. B. Reister and F. G. Pin, *Time-optimal trajectories for mobile robots with two independently driven wheels*, Int. J. of Robotics Research, vol.13, No.1, 1994, pp. 38-54.
97. J. M. Renders, *Métaphore biologiques appliquées à la commande de processus*, Thèse de l'Université libre de Bruxelles, 1994.
98. O. Dahl, L. Nieslon, *Torque-limited path following by on-line trajectory time scaling*, IEEE Trans. on Robotics and Automation, 1990, Vol.6, No.5, pp.554-561.
99. M. Krstic et al., *Nonlinear and adaptive control design*, John Wiley and Sons, inc. New York, 1995.
100. E. Freund and R. Mayer, *Non linear path control in automated vehicle guidance*, "IEEE Trans. on Robotics and Automation, 1997, vol.13, No.1, pp.49-60.
101. G. Genta, *Motor vehicle dynamics: modelling and simulation*, World scientific, 1997.
102. T. Pilutti et al., *Vehicle Steering intervention through differential braking*, Trans. of ASME, 1998, Vol.120, pp314-321.
103. M. Saerens, *Approche connexionniste de la commande de processus*, Thèse de l'Université libre de Bruxelles, 1991.
104. D. Suter and T. Hamel et R. Mahony, *Visual Servo Control Using Homography Estimation for the Stabilisation of an X4-flyer*, CDC-2002.
105. L. A. Zadeh, *The Evolution of Systems Analysis and control: A Personal Perspective*, IEEE Control Systems, 1996.
106. K.M. Zemalache, *Commande d'un système sous-actionné: Application à un drone à quatre hélices*, Thèse de l'Université d'Evry, Laboratoire Ibisc, décembre 2006.
107. H. Zhang, J.P. Ostrowski, *Visual servoing with dynamics: control of unmanned blimp*, Proc. of the IEEE Conference on Robotics and Automation, May, Detroit, Michigan, USA, 1999.
108. M. Zhang, T-J. Tarn, *Hybrid Control of the Pundubot*, Proc. of the ICRA, May 21-26, pp. 2102-2107, 2001.
109. K.Y. Pettersen, O. Egeland, *Time-varying Exponential Stabilization of the Position and Attitude of an Underactuated Autonomous Underwater Vehicle*, IEEE Trans. on Automatic Control, V.44, N°1, pp. 112-115, 1999.
110. L. A. Young et al., *New concepts and perspectives on micro-rotorcraft and small autonomous rotary-wing vehicles*, In Proceeding at the 20th AIAA Applied Aerodynamics Conference, St. Louis, MO., USA, 2002.
111. Dong Eui Chang, Shawn C. Shadden, Jerrold E. Marsden and Reza Olfati-Saber. *Collision Avoidance for Multiple Agent Systems*, Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii USA, December 2003.
112. Jian Chen, Darren M. Dawson, Mohammad Salah and Timothy Burg. *Cooperative control of multiple vehicles with limited sensing*, Int. Journal of Adaptive Control Signal Processing, 21:115-131, 2007.

113. Yutaka Ikeda, Jacob Kay. *An Optimal Control Problem For Automatic Air Collision Avoidance*, Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control. Maui, Hawaii USA, 2003.
114. Arik Melikyan, Naira Hovakimyan, Yutaka Ikeda. *Dynamic Programming Approach to a Minimum Distance Optimal Control Problem*, Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii USA, 2003.
115. Dimos V. Dimarogonas and Karl H. Johansson, *Analysis of Robot Navigation Schemes using Rantzer's Dual Lyapunov Theorem*, American Control Conference, Seattle, WA, USA, pp. 201–206, 2008.
116. Wei Ren, Nathan Sorensen, *Distributed coordination architecture for multi-robot formation control*, Robotics and Autonomous Systems, Vol. 56 , Issue 4, pp. 324–333, 2008.
117. R. Olfati-Saber, J.A. Fax, R.M. Murray, *Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems*, Proc. of the IEEE, Vol. 95, Issue 1, pp. 215–233, 2007.
118. Wei Ren, *Distributed coordination architecture for multi-robot formation control*, SystemsControl letters, Vol. 56 , pp. 474–483, 2007.
119. Reza Olfati-Saber and Richard M. Murray, *Consensus Problems in Networks of Agents With Switching Topology and Time-Delays*, IEEE Transactions On Automatic Control, VOL. 49, NO. 9, 2004.
120. Chunkai Gao, Jorge Cortés, Francesco Bullo, *Notes on averaging over acyclic digraphs and discrete coverage control*, Automatica, Vol. 44, No. 9, pp. 2120–2127, 2008.
121. Y.-Q. Chen and Z. Wang *Formation control: a review and a new consideration*, IROS Conference, Alberta, Canada, pp.3664–3669, 2005.
122. W. Kowalczyk and K. Kozłowski *Artificial Potential Based Control for a Large Scale Formation of Mobile Robots Climbing and Walking Robots*, Springer Berlin Heidelberg, pp.191–199, 2005.

## Voiture terrestre auto-guidée

### A.1 Stabilisation: condition de Brockett

On rappelle la condition d'obstruction de stabilité locale et asymptotique par une commande continue stationnaire (dépend seulement de l'état) due à **Brockett** [37, 53] :

**Théorème 11** . *Si le système*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ f(0, 0) = 0 \end{cases}$$

*où l'état  $x \in \mathbb{R}^n$  et le contrôle  $u \in \mathbb{R}^m$ , est localement asymptotiquement stabilisable à l'aide d'une commande continue, alors l'image de tout voisinage de  $(0, 0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  est un voisinage de  $0 \in \mathbb{R}^n$ .*

### A.2 Preuve du théorème 4.2

On associe au système la fonction de dilatation suivante  $\delta_\lambda^r : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$  telle que  $\delta_\lambda^r(X) = (\lambda\eta_1, \lambda^2\eta_2, \lambda^2\beta, \lambda^3\dot{\psi}, \lambda^2\beta', \lambda\nu)$ . La forme périodique des entrées implique que le système est périodique et instationnaire de forme

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = h(\nu, \eta, t/\varepsilon) \tag{A.1}$$

Le système moyennisé autonome est défini par  $\dot{\eta}^T = h_0(\nu, \eta)$  avec  $h_0(\nu, \eta) = \frac{1}{T_T} \int_0^{T_T} h(\nu, \eta, t/\varepsilon) dt$  ( $T_T$  est la période) (plus de détails sont dans [2]). A ce stade, le système moyennisé-perturbé est donné par

$$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t) \tag{A.2}$$

$f(X, t)$  et  $g(X, t)$  peuvent être calculées. Alors que la moyenne du système non perturbé est donnée par

$$\bar{f}_L(X_1) = DX_1 \quad (\text{A.3})$$

où le linéarisé de  $f(X, t)$  est

$$\bar{f}_L(X_1) = \begin{pmatrix} -k_3\eta_1 \\ -k_4\beta \\ -\frac{m}{2}\dot{\psi} \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Il est clair que les valeurs propres de  $D$  sont définies négatives. La stabilité de cette matrice implique que  $\dot{\psi}$ ,  $\beta$  et  $\eta_1$  convergent exponentiellement vers zéro. Tandis que  $\rho(X_1, t)$ , par conséquent  $\frac{\dot{\psi}}{\rho(X_1, t)} \rightarrow 0$  (exponentiellement) quand  $t \rightarrow +\infty$ . Rappelons que  $\dot{\beta} = w_1 = -k_4\beta + \frac{\dot{\psi}}{\rho(X_1, t)} \sin \frac{t}{\varepsilon}$ , ainsi  $\dot{\beta}$  converge exponentiellement vers zéro. De même pour  $\dot{\eta}_2$ . La norme associée au système  $\rho(X_1, t)$  converge vers zéro, ce qui implique que  $\nu = w_2 = -k_3\eta_1 + \frac{\rho(X_1, t)}{\xi} \sin \frac{t}{\varepsilon}$  converge vers zéro (exponentiellement).

■

## B

---

### Commande d'un dirigeable: quelques preuves

#### B.1 Démonstration de la proposition 2

On introduit  $\epsilon = (\epsilon_1, 0)^T$ , à partir de l'équation (6.7), on a  $\nu = 0$  car  $J^T J$  est une matrice inversible. Alors, à partir de (6.6), on déduit:

$$B_\tau \tau - g(\eta_2) = M_\nu \epsilon_1 \quad (\text{B.1})$$

Alors si on prend  $\epsilon_1 = (0, \epsilon_0, 0, 0, 0, 0)^T$  avec  $\epsilon_0 \neq 0$ , on aboutit au système suivant:

$$\begin{aligned} \tau_1 - 2(B - mg)(e_1 e_3 - e_0 e_2) &= 0 \\ \tau_2 - 2(B - mg)(e_2 e_3 + e_0 e_1) &= m_{22} \epsilon_0 \\ \tau_3 - (B - mg)(1 - 2(e_1^2 + e_2^2)) &= 0 \\ 2Bz_b(e_0 e_1 + e_2 e_3) &= 0 \\ P_1^3 \tau_1 + 2Bz_b(e_1 e_3 - e_0 e_2) &= 0 \\ -P_2^1 \tau_2 &= 0 \end{aligned}$$

On peut déduire à partir du système ci-dessus que  $\tau_2 = 0$ . Alors que la 4<sup>me</sup> équation donne  $e_0 e_1 + e_2 e_3 = 0$ . Comme résultat:  $m_{22} \epsilon_0 = 0$  qui est impossible du moment que  $\epsilon_0 \neq 0$ . Par conséquent, on ne peut pas stabiliser le dirigeable à l'aide d'un retour d'état continu (condition nécessaire de Brockett [37]). A partir d'un résultat de Coron, un retour d'état instationnaire périodique continu est suffisant pour stabiliser le système en un point.

■

#### B.2 Démonstration de la proposition 3

On considère la fonction de dilatation suivante :

$$\chi_\lambda^\alpha(\nu, \eta, t) = (\lambda u, \lambda^2 v, \lambda w, \lambda p, \lambda q, \lambda r, \lambda x, \lambda^2 y, \lambda z, \lambda e_1, \lambda e_2, \lambda e_3, t) \quad (\text{B.2})$$

Le système initial (6.6)-(6.7) se réécrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = f(\nu, \eta, t) + g(\nu, \eta, t) \quad (\text{B.3})$$

avec

$$f(\nu, \eta, t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{11}}(X_u u + 2(B - mg)e_2 + \tau_1) \\ \frac{1}{m_{22}}(Y_v v - 2(B - mg)e_1 + m_{33}pw + \tau_2) \\ \frac{1}{m_{33}}(Z_w w - (B - mg) + \tau_3) \\ \frac{1}{\Delta}(-L_p I_{33}p + N_r I_{13}r - 2Bz_b e_1 I_{33} - P_2^1 I_{13}\tau_2) \\ \frac{1}{I_{22}}(M_q q - 2Bz_b e_2 + P_1^3 \tau_1) \\ \frac{1}{\Delta}(L_p I_{13}p - N_r I_{11}r + 2I_{13}Bz_b e_1 + P_2^1 I_{11}\tau_2) \\ u \\ v \\ w \\ -\frac{1}{2}(e_1 p + e_2 q + e_3 r) \\ \frac{1}{2}p \\ \frac{1}{2}q \\ \frac{1}{2}r \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

et  $g(\nu, \eta, t)$  est les termes restants.

Comme les fonctions  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_3$  sont homogènes de degré 1 par rapport à la dilatation et continues pour  $(\nu, \eta) \neq 0$ , alors elles sont continues en zéro. On vérifie aussi que  $f(\nu, \eta, t)$  est périodique, continue et homogène de degré zéro par rapport à la dilatation. De même, la fonction  $g(\nu, \eta, t)$  est continue et définie par une somme de champ de vecteur homogène et de degré strictement positif par rapport à la dilatation.

Pour vérifier la stabilité, il suffit d'après Coron [53] de montrer que l'origine du système non perturbé :

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = f(\nu, \eta, t) \quad (\text{B.5})$$

est localement asymptotiquement stable.

A ce stade, considérons le système réduit suivant, obtenu à partir de (B.5) après avoir pris  $q = q_d$ ,  $p = p_d$ , et  $w = w_d$  comme nouvelles variables de commande.

On a isolé l'équation correspondante à  $e_0$ , car elle est définie à partir de  $e_1$ ,  $e_2$  et  $e_3$ . En effet les paramètres d'Euler satisfaisaient l'équation :  $e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$  et on suppose que  $e_0 > 0$ .

Nous avons obtenu le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{11}}(X_u u + 2(B - mg)e_2) + \frac{1}{P_1^3 m_{11}}(-M_q q_d + 2Bz_b e_2) \\ \frac{1}{m_{22}}(Y_v v - 2(B - mg)e_1 + m_{33} p_d w_d) \\ -\frac{1}{P_2^1 I_{13} m_{22}}(-L_p I_{33} p_d + N_r I_{13} r - 2Bz_b e_1 I_{33}) \\ \frac{1}{I_{13}}(L_p p_d + 2Bz_b e_1) \\ u \\ v \\ w_d \\ \frac{1}{2} p_d \\ \frac{1}{2} q_d \\ \frac{1}{2} r \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Les entrées de commande  $q_d$ ,  $p_d$  et  $w_d$  sont données par l'équation (3). Par l'application du théorème 3.11 dans [53] que l'origine du système réduit en boucle fermée est asymptotiquement stable. En effet, le champ de vecteur associé (partie de droite) du système en boucle fermée est continu, périodique et homogène de degré zéro par rapport à la dilatation. Pourvue que la commande est instationnaire, le système qui en résulte est périodique et instationnaire, alors on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = h(\nu, \eta, t/\varepsilon) \quad (\text{B.7})$$

Nous rapprochons ce système par le système moyen qui est autonome. Le système moyen définit par  $(\dot{\nu} \dot{\eta})^T = h_0(\nu, \eta)$  ou  $h_0(\nu, \eta) = \frac{1}{T_T} \int_0^{T_T} h(\nu, \eta, t/\varepsilon) dt$  ( $T_T$  est la période). A ce stade, le système moyen est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{11}}(X_u u + 2(B - mg)e_2) + \frac{1}{P_1^3 m_{11}}(-M_q(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) + 2Bz_b e_2) \\ \frac{1}{m_{22}}(Y_v v - 2(B - mg)e_1 - m_{33}k^z z(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1)) \\ - \frac{1}{P_2^1 I_{13} m_{22}}(-L_p I_{33}(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) + N_r I_{13} r - 2Bz_b e_1 I_{33}) \\ \frac{1}{I_{13}}(L_p(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) + 2Bz_b e_1) \\ u \\ v \\ -k^z z \\ \frac{1}{2}(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) \\ \frac{1}{2}(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) \\ \frac{1}{2}r \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

La linéarisation du système (B.8) autour de l'origine :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{11}}(X_u u + 2(B - mg)e_2) \\ + \frac{1}{P_1^3 m_{11}}(-M_q(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) + 2Bz_b e_2) \\ \frac{1}{m_{22}}(Y_v v - 2(B - mg)e_1) - \frac{1}{P_2^1 I_{13} m_{22}}(-L_p I_{33}(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) \\ + N_r I_{13} r - 2Bz_b e_1 I_{33}) \\ \frac{1}{I_{13}}(L_p(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) + 2Bz_b e_1) \\ u \\ v \\ -k^z z \\ \frac{1}{2}(-k^r r - k^{e_3}e_3 - k^{e_1}e_1) \\ \frac{1}{2}(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) \\ \frac{1}{2}r \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

L'étude de stabilité peut être réduit aux sous systèmes suivants :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{x} \\ \dot{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{11}}(X_u u + 2(B - mg)e_2) \\ + \frac{1}{P_1^3 m_{11}}(-M_q(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) + 2Bz_b e_2) \\ u \\ \frac{1}{2}(-k^{e_2}e_2 - k^x x - k^u u) \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

et

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{y} \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{22}} (Y_v v - 2(B - mg)e_1) \\ -\frac{1}{P_2^1 I_{13} m_{22}} (-L_p I_{33} (-k^r r - k^{e_3} e_3 - k^{e_1} e_1) + N_r I_{13} r - 2B z_b e_1 I_{33}) \\ \frac{1}{I_{13}} (L_p (-k^r r - k^{e_3} e_3 - k^{e_1} e_1) + 2B z_b e_1) \\ v \\ \frac{1}{2} (-k^r r - k^{e_3} e_3 - k^{e_1} e_1) \\ \frac{1}{2} r \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Il est clair pour un choix approprié des gains, l'origine des sous systèmes (B.10), (B.11) est évidemment asymptotiquement stable. Ainsi, l'origine du système (B.9) est localement asymptotiquement stable. Par conséquent, l'origine du système (B.8) est asymptotiquement stable. La stabilité asymptotique de l'origine de (B.6) suit par l'application du corollaire 1 dans [68]. Après avoir noté que les fonctions  $q_d$ ,  $p_d$  et  $w_d$  sont homogènes de degré 1 par rapport à la dilatation et de classe  $C^1$  sur  $\{\mathfrak{R}^6 \times \mathfrak{R}^3 - (0, 0)\} \times \mathfrak{R}$ , alors la preuve se termine. ■

### B.3 Etude de la Platitude dans le plan (XGZ)

On reprend les équations du modèle d'étude (B.12) décrivant le mouvement du dirigeable dans le plan longitudinal (XGZ). On va supposer que l'angle de tangage  $\theta \in V(0)$  et que la vitesse est faible. Par conséquent, on néglige les effets gyroscopiques. Sous ces conditions le système (B.12) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{z} &= w \\ m_x \dot{u} - X_{\dot{w}} \dot{w} &= x_u u + (F_B - F_G) \theta + \tau_1 \\ m_z \dot{w} - Z_{\dot{u}} \dot{u} &= z_w w - (F_B - F_G) + \tau_3 \\ \dot{q} &= \frac{1}{J_y} (M_q q + F_B z_b \theta + G O_{1z} \tau_1) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

En utilisant le changement de variable (6.40), le système d'étude (B.12) aura la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \alpha U + \beta W \\
\dot{\theta} &= q \\
\dot{z} &= \alpha_1 U + \beta_1 W \\
\dot{U} &= x_u(\alpha U + \beta W) + (F_B - F_G)\theta + \tau_1 \\
\dot{W} &= z_w(\alpha_1 U + \beta_1 W) + \tau_3 \\
\dot{q} &= \frac{1}{J_y}(M_q q + F_B z_b \theta + G O_{1z} \tau_1)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

En se basant sur ce corollaire :

**Corollaire 2** [65]. *Un système linéaire est plat si, et seulement si, il est contrôlable.*

D'après la section précédente (B.13) est commandable par suite d'après le Corollaire 1 le système (B.13) est plat.

**Détermination des sorties plates** Afin de réduire le système (B.13), en dérivant une seule fois les trois premières équations dans (B.13), on obtient :

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= \alpha[x_u \dot{x} + (F_B - F_G)\theta + \tau_1] + \beta \tau_4 \\
\ddot{\theta} &= \frac{1}{J_y}(M_q \dot{\theta} + F_B z_b \theta + G O_{1z} \tau_1) \\
\ddot{z} &= \alpha_1[x_u \dot{x} + (F_B - F_G)\theta + \tau_1] + \beta_1 \tau_4
\end{aligned} \tag{B.14}$$

avec:  $\tau_4 = z_w \dot{z} + \tau_3$

Dans le but de faire apparaître chaque commande, dans une seule équation, on effectue deux changements de variable, qui sont des difféomorphismes globaux. Le premier changement de variable est le suivant :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \theta \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \frac{J_y}{G O_{1z}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 \frac{J_y}{G O_{1z}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ z \end{bmatrix} \tag{B.15}$$

Par conséquent le système (B.14), s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_1 &= \alpha x_u \dot{x}_1 + D_1 \theta + D_2 \dot{\theta} + \beta \tau_4 \\
\ddot{\theta} &= \tau_\theta \\
\ddot{z}_1 &= \alpha_1 x_u \dot{x}_1 + D_3 \theta + D_4 \dot{\theta} + \beta_1 \tau_4
\end{aligned} \tag{B.16}$$

avec:

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \alpha(F_B - F_G) - \alpha \frac{F_B z_b}{GO_{1z}} \\
 D_2 &= \frac{\alpha}{GO_{1z}} (\alpha x_u J_y - M_q) \\
 D_3 &= \alpha_1(F_B - F_G) - \alpha_1 \frac{F_B z_b}{GO_{1z}} \\
 D_4 &= \frac{\alpha_1}{GO_{1z}} (\alpha x_u J_y - M_q) \\
 \tau_\theta &= \frac{1}{J_y} (M_q \dot{\theta} + F_B z_b \theta + GO_{1z} \tau_1)
 \end{aligned}$$

Le deuxième changement de variables ci-dessous, sera effectué afin de faire apparaître la commande  $\tau_4$  dans une seule équations:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \theta \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\beta_1}{\beta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \theta \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

avec ce changement (B.16), prend la forme suivante:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_1 &= \tau_{x_1} \\
 \ddot{\theta} &= \tau_\theta \\
 \ddot{z}_2 &= \delta_1 \dot{x}_1 + \delta_2 \dot{\theta} + \delta_3 \dot{\theta}
 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

avec:

$$\begin{aligned}
 \tau_{x_1} &= \alpha x_u \dot{x}_1 + D_1 \theta + D_2 \dot{\theta} + \beta \tau_4 \\
 \delta_1 &= \alpha_1 x_u - \frac{\beta_1}{\beta} \alpha x_u \\
 \delta_2 &= D_3 - \frac{\beta_1}{\beta} D_1 \\
 \delta_3 &= D_4 - \frac{\beta_1}{\beta} D_2
 \end{aligned}$$

**Corollaire 3** [65, 75]: *Considérant un système plat. la dimension de la sortie plate est égale au nombre de commandes du système.*

D'après (B.18), on a deux commandes, ce qui implique d'après le *Corollaire 2* qu'on a deux sorties du Brunovsky.

On va poser comme sorties de Brunovsky  $y_1$  et  $y_2$  d'expressions :

$$\begin{aligned} y_1 &= -\delta_1 x_1 - \delta_3 \theta - \frac{\delta_2}{\delta_3} z_2 + \dot{z} \\ y_2 &= 2\delta_1 x_1 + 2\delta_3 \theta + \frac{\delta_2}{\delta_3} z_2 - 2\dot{z} \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

avec  $\delta_3 \neq 0$ . En utilisant le système (B.19), il est facile de vérifier qu'on a :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{\delta_1} (y_1 + y_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} \dot{y}_1) \\ \theta &= -\frac{1}{\delta_2} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) \\ z_2 &= -\frac{\delta_3}{\delta_2} (2y_1 + y_2) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Afin d'écrire  $\tau_{x_1}$  et  $\tau_\theta$  en fonction des sorties du Brunovsky trouvées, nous dérivons respectivement deux fois  $x_1$  et  $\theta$ , on obtient:

$$\begin{aligned} \tau_{x_1} &= \frac{1}{\delta_1} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} y_1^{(3)}) \\ \tau_\theta &= -\frac{1}{\delta_2} (y_1^{(3)} + y_2^{(3)}) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

D'après (B.20) et (B.21) on a pu paramétrer l'état  $(x_1, \dot{x}_1, \theta, \dot{\theta}, z_2, \dot{z}_2)$  et les commandes  $\tau_{x_1}$  et  $\tau_\theta$  du système (B.18) en fonction des sorties de Brunovsky et ses dérivées.

Il vient alors :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{\delta_1} (y_1 + y_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} \dot{y}_1) \\ \dot{x}_1 &= \frac{1}{\delta_1} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} \ddot{y}_1) \\ \theta &= -\frac{1}{\delta_2} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) \\ \dot{\theta} &= -\frac{1}{\delta_2} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) \\ z_2 &= -\frac{\delta_3}{\delta_2} (2y_1 + y_2) \\ \dot{z}_2 &= -\frac{\delta_3}{\delta_2} (2\dot{y}_1 + \dot{y}_2) \\ \tau_{x_1} &= \frac{1}{\delta_1} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} y_1^{(3)}) \\ \tau_\theta &= -\frac{1}{\delta_2} (y_1^{(3)} + y_2^{(3)}) \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

dont la forme matricielle est la suivante :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ z_2 \\ \dot{z}_2 \\ \tau_{x_1} \\ \tau_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_1} & -\frac{\delta_3}{\delta_1\delta_2} & 0 & 0 & \frac{1}{\delta_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta_1} & -\frac{\delta_3}{\delta_1\delta_2} & 0 & 0 & \frac{1}{\delta_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_2} & 0 \\ -2\frac{\delta_3}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\delta_3}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\frac{\delta_3}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\delta_3}{\delta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\delta_1} & -\frac{\delta_3}{\delta_1\delta_2} & 0 & 0 & \frac{1}{\delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ y_1^{(3)} \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ y_2^{(3)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

En écrivant les sorties de Burnovsky  $y_1$  et  $y_2$  et ses dérivées en fonction de l'état, on obtient l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ y_1^{(3)} \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ y_2^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_1 & 0 & -\delta_3 & 0 & -\frac{\delta_2}{\delta_3} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_2 & 0 & 0 & -\frac{\delta_2}{\delta_3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{\delta_3} & -\frac{\delta_2^2}{\delta_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\delta_2^2}{\delta_3} & 0 & 0 & -\frac{\delta_1\delta_2}{\delta_3} & 0 \\ 2\delta_1 & 0 & 2\delta_3 & 0 & \frac{\delta_2}{\delta_3} & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\delta_2 & 0 & 0 & \frac{\delta_2}{\delta_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_1\delta_2}{\delta_3} & \frac{\delta_2^2}{\delta_3} & -\delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\delta_2^2}{\delta_3} & 0 & 0 & \frac{\delta_1\delta_2}{\delta_3} & -\delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ z_2 \\ \dot{z}_2 \\ \tau_{x_1} \\ \tau_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

D'après l'écriture matricielle (B.24), on voit que les commandes  $\tau_{x_1}$  et  $\tau_\theta$  apparaissent à la 3<sup>me</sup> dérivation des sorties plates  $y_1$  et  $y_2$ .

Il vient alors :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1^{(3)} \\ y_2^{(3)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

En choisissant:

$$\begin{aligned} y_1^{(3)} &= \dot{y}_{1r}^{(2)} - k_1(y_1^{(2)} - y_{1r}^{(2)}) - k_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_3(y_1 - y_{1r}) \\ y_2^{(3)} &= \dot{y}_{2r}^{(2)} - \bar{k}_1(y_2^{(2)} - y_{2r}^{(2)}) - \bar{k}_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_{2r}) - \bar{k}_3(y_2 - y_{2r}) \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

En remplaçant  $y_1^{(3)}$  et  $y_2^{(3)}$  par leurs expressions données par (B.26) dans l'écriture matricielle (B.25), on obtient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 - y_{1r} \\ \dot{y}_1 - \dot{y}_{1r} \\ \ddot{y}_1 - \ddot{y}_{1r} \\ y_2 - y_{2r} \\ \dot{y}_2 - \dot{y}_{2r} \\ \ddot{y}_2 - \ddot{y}_{2r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_3 & -k_2 & -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{k}_3 & -\bar{k}_2 & -\bar{k}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 - y_{1r} \\ \dot{y}_1 - \dot{y}_{1r} \\ \ddot{y}_1 - \ddot{y}_{1r} \\ y_2 - y_{2r} \\ \dot{y}_2 - \dot{y}_{2r} \\ \ddot{y}_2 - \ddot{y}_{2r} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

le polynôme caractéristique de cette matrice est  $(\lambda^3 + \lambda^2 k_1 + \lambda k_2 + k_3)(\lambda^3 + \lambda^2 \bar{k}_1 + \lambda \bar{k}_2 + \bar{k}_3)$ . Afin de stabiliser asymptotiquement (2.40), on choisit  $k_i, \bar{k}_i, 1 \leq i \leq 3$  pour que les racines du polynôme caractéristique soient toutes à parties réelles strictement négatives (le choix des gains ce fait par le procédé dans MATLAB). On cherche maintenant les expressions des commandes  $\tau_1$  et  $\tau_3$ . D'après l'écriture (B.21), on a :

$$\begin{aligned} \tau_{x_1} &= \frac{1}{\delta_1} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} y_1^{(3)}) \\ \tau_\theta &= -\frac{1}{\delta_2} (y_1^{(3)} + y_2^{(3)}) \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

En remplaçant  $y_1^{(3)}$  et  $y_2^{(3)}$  par leurs expressions données par (B.26) dans (2.41) on obtient :

$$\begin{aligned} \tau_{x_1} &= \frac{1}{\delta_1} [\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} [\dot{y}_{1r}^{(2)} - k_1(y_1^{(2)} - y_{1r}^{(2)}) - k_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_3(y_1 - y_{1r})]] \\ \tau_\theta &= -\frac{1}{\delta_2} [\dot{y}_{1r}^{(2)} - k_1(y_1^{(2)} - y_{1r}^{(2)}) - k_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_3(y_1 - y_{1r}) \\ &\quad + \dot{y}_{2r}^{(2)} - \bar{k}_1(y_2^{(2)} - y_{2r}^{(2)}) - \bar{k}_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_{2r}) - \bar{k}_3(y_2 - y_{2r})] \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Parsuite  $\tau_1$  et  $\tau_3$  sont définies par :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{GO_{1z}} (J_y [-\frac{1}{\delta_2} [\dot{y}_{1r}^{(2)} - k_1(y_1^{(2)} - y_{1r}^{(2)}) - k_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_3(y_1 - y_{1r}) \\ &\quad + \dot{y}_{2r}^{(2)} - \bar{k}_1(y_2^{(2)} - y_{2r}^{(2)}) - \bar{k}_2(\dot{y}_2 - \dot{y}_{2r}) - \bar{k}_3(y_2 - y_{2r})]] - M_q \dot{\theta} - F_b z_b \theta) \\ \tau_3 &= \frac{1}{\beta} (\frac{1}{\delta_1} [\dot{y}_1 + \dot{y}_2 - \frac{\delta_3}{\delta_2} [\dot{y}_{1r}^{(2)} - k_1(y_1^{(2)} - y_{1r}^{(2)}) - k_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_{1r}) - k_3(y_1 - y_{1r})]] \\ &\quad - \alpha X_u \dot{x}_1 - D_1 \theta - D_2 \dot{\theta} - \beta Z_w \dot{z}) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

■

### B.4 Démonstration de la Proposition 5

On note la dérivée par rapport au temps par  $\dot{e}_u = \dot{u} - \dot{u}^r$ , etc. Alors, on obtient:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_u &= \frac{1}{m_x}(x_u u + m_y v r + \tau_1) \\
 \dot{e}_v &= \frac{1}{m_y}(y_v v - m_x u r + \tau_2) \\
 \dot{e}_r &= \frac{1}{J_z}((m_x - m_y)v u + N_r r - G o_{3x} \tau_2) \\
 \dot{e}_{z_1} &= e_u + z_2 e_r + r^r e_{z_2} \\
 \dot{e}_{z_2} &= e_v - z_1 e_r - r^r e_{z_1} \\
 \dot{e}_{z_3} &= e_r
 \end{aligned} \tag{B.31}$$

En substituant les écritures du type  $v = e_v + v^r$  et le produit  $ur = (u^r + e_u)(r^r + e_r)$  dans (B.31), on obtient

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_u &= \frac{1}{m_x}(x_u u + m_y v r + \tau_1) \\
 \dot{e}_v &= \frac{1}{m_y}(y_v(e_v + v^r) - m_x(e_r e_u + u^r e_r + r^r e_u + u^r r^r) + \tau_2) \\
 \dot{e}_r &= \frac{1}{J_z}((m_x - m_y)(e_v e_u + u^r e_v + v^r e_u + u^r v^r) + N_r(e_r + r^r) - G o_{3x} \tau_2) \\
 \dot{e}_{z_1} &= e_u + e_{z_2} e_r + r^r e_{z_2} + z_2^r e_r \\
 \dot{e}_{z_2} &= e_v - e_{z_1} e_r - r^r e_{z_1} - z_1^r e_r \\
 \dot{e}_{z_3} &= e_r
 \end{aligned} \tag{B.32}$$

Rappelons que suite aux résultats connus de Hartman-Grobman, la dynamique d'un système non linéaire, topologiquement, est équivalente à son linéarisé tangent au voisinage d'un point d'équilibre hyperbolique. De plus, le problème de poursuite est transformé en un problème de stabilisation. Par conséquent, l'élimination des termes quadratiques dans le modèle de référence et l'introduction de  $\tau_2 = \bar{\tau}_2 - y_v v^r$  avec  $v^r = -\frac{N_r}{G o_{3x} y_v} r^r$ , permettent d'écrire:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_u &= \frac{1}{m_x}(x_u u + m_y v r + \tau_1) \\
\dot{e}_v &= \frac{1}{m_y}(y_v e_v - m_x(r^r e_u + u^r e_r) + \bar{\tau}_2) \\
\dot{e}_r &= \frac{1}{J_z}((m_x - m_y)(v^r e_u + u^r e_v) + N_r e_r - G o_{3x} \bar{\tau}_2) \\
\dot{e}_{z_1} &= e_u + z_2^r e_r + r^r e_{z_2} \\
\dot{e}_{z_2} &= e_v - z_1^r e_r - r^r e_{z_1} \\
\dot{e}_{z_3} &= e_r
\end{aligned} \tag{B.33}$$

En considérant la transformation  $e_{r_1} = \frac{m_y G o_{3x}}{J_z} e_v + e_r$  et la dynamique de  $v$ , les résultats dans la proposition 8 peuvent être vérifiés. Les termes  $D_i(t)_{i=1,6}$  vérifient

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{1}{J_z}((m_x - m_y)v^r - m_x G O_{3x} r^r) \\
D_2 &= \frac{1}{J_z}((m_x - m_y)u^r + y_v G O_{3x} - (N_r - m_x G O_{3x} u^r) \frac{m_y G O_{3x}}{J_z}) \\
D_3 &= \frac{1}{J_z}(N_r - m_x G O_{3x} u^r); \quad D_4 = -z_2^r \frac{m_y G O_{3x}}{J_z} \\
D_5 &= (1 + z_1^r \frac{m_y G O_{3x}}{J_z}); \quad D_6 = -\frac{m_y G O_{3x}}{J_z}
\end{aligned} \tag{B.34}$$

Ceci achève la démonstration. ■

L'étape suivant fait appel aux techniques du *backstepping* appliquées au système (6.57). Le système réduit suivant est obtenu après avoir introduit  $e_u \equiv \tau_1''$  et  $e_v \equiv \tau_2''$  comme entrées de commande auxiliaires dans (6.57). Alors:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{r_1} &= D_1 \tau_1'' + D_2 \tau_2'' + D_3 e_{r_1} \\
\dot{e}_{z_1} &= \tau_1'' + z_2^r e_{r_1} + D_4 \tau_2'' + r^r e_{z_2} \\
\dot{e}_{z_2} &= D_5 \tau_2'' - z_1^r e_{r_1} - r^r e_{z_1} \\
\dot{e}_{z_3} &= e_{r_1} + D_6 \tau_2''
\end{aligned} \tag{B.35}$$

**1<sup>re</sup> itération.** On propose l'écriture suivante:

$$\begin{pmatrix} e_{r_2} \\ e_{z_{11}} \\ e_{z_{21}} \\ e_{z_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{D_2}{D_6} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{D_4}{D_6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{D_5}{D_6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{r_1} \\ e_{z_1} \\ e_{z_2} \\ e_{z_3} \end{pmatrix} \tag{B.36}$$

Ceci permet de transformer le système (B.35) comme suite

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_{r_2} &= D_1 \tau_1'' + L_1 e_{r_2} + L_2 e_{z_3} \\
 \dot{e}_{z_{11}} &= \tau_1'' + r^r e_{z_{21}} + L_3 e_{r_2} + L_4 e_{z_3} \\
 \dot{e}_{z_{21}} &= L_5 e_{r_2} - r^r e_{z_{11}} + L_6 e_{z_3} \\
 \dot{e}_{z_3} &= e_{r_2} + L_7 e_{z_3} + D_6 \tau_2''
 \end{aligned} \tag{B.37}$$

avec

$$\begin{aligned}
 L_1 &= (D_3 - \frac{D_2}{D_6}); \quad L_2 = (D_3 - \frac{D_2}{D_6}) \frac{D_2}{D_6} \\
 L_3 &= (z_2^r - \frac{D_4}{D_6}); \quad L_4 = ((z_2^r - \frac{D_4}{D_6}) \frac{D_2}{D_6} + r^r \frac{D_5}{D_6}) \\
 L_5 &= -(\frac{D_5}{D_6} + z_1^r); \quad L_6 = -(r^r \frac{D_4}{D_6} + (\frac{D_5}{D_6} + z_1^r) \frac{D_2}{D_6}); \quad L_7 = \frac{D_2}{D_6}
 \end{aligned}$$

De plus, à travers la transformation suivante

$$\begin{pmatrix} e_{r_3} \\ e_{z_{11}} \\ e_{z_{21}} \\ e_{z_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -D_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{r_2} \\ e_{z_{11}} \\ e_{z_{21}} \\ e_{z_3} \end{pmatrix} \tag{B.39}$$

et avec la proposition

$$\begin{aligned}
 \tau_3 &= \tau_1'' + r^r e_{z_{21}} + L_3 e_{r_2} + L_4 e_{z_3} \\
 \tau_4 &= e_{r_2} + L_7 e_{z_3} + D_6 \tau_2''
 \end{aligned} \tag{B.39}$$

La forme (B.37) est mis en cascade:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_{r_3} &= -D_1 r^r e_{z_{21}} + S_1 e_{r_3} + S_2 e_{z_{11}} + S_3 e_{z_3} \\
 \dot{e}_{z_{11}} &= \tau_3 \\
 \dot{e}_{z_{21}} &= L_5 e_{r_3} + S_4 e_{z_{11}} + L_6 e_{z_3} \\
 \dot{e}_{z_3} &= \tau_4
 \end{aligned} \tag{B.39}$$

où dans un objectif de simplification

$$\begin{aligned}
 S_1 &= (L_1 - D_1 L_3); \quad S_2 = (L_1 - D_1 L_3) D_1 \\
 S_3 &= (L_2 - D_1 L_4); \quad S_4 = (L_5 D_1 - r^r)
 \end{aligned}$$

Les nouvelles entrées virtuelles dans (B.38) sont  $e_{z_{11}} \equiv \tau_3'$  et  $e_{z_3} \equiv \tau_4'$ . Ceci permet d'écrire

$$\begin{aligned}\dot{e}_{r_3} &= -D_1 r^r e_{z_{21}} + S_1 e_{r_3} + S_2 \tau_3' + S_3 \tau_4' \\ \dot{e}_{z_{21}} &= L_5 e_{r_3} + S_4 \tau_3' + L_6 \tau_4'\end{aligned}\tag{B.39}$$

Le système (B.38) peut être découplé sous  $S_2 L_6 - S_4 S_3 \neq 0$  et  $L_6 \neq 0$  avec

$$\begin{aligned}\tau_3' &= \frac{L_6}{S_2 L_6 - S_4 S_3} \left( -k_5 e_{r_4} + D_1 r^r e_{z_{21}} - \left( S_1 - \frac{S_3 L_5}{L_6} \right) \left( e_{r_4} + \frac{S_3}{L_6} e_{z_{21}} \right) \right) \\ \tau_4' &= \frac{1}{L_6} \left( -k_6 e_{z_{21}} - L_5 \left( e_{r_4} - \frac{S_3}{L_6} e_{z_{21}} \right) - S_4 \tau_3' \right)\end{aligned}\tag{B.39}$$

$k_5$  et  $k_6$  sont des paramètres strictement positifs. En boucle fermée:

$$\begin{aligned}\dot{e}_{r_4} &= -k_5 e_{r_4} \\ \dot{e}_{z_{21}} &= -k_6 e_{z_{21}}\end{aligned}\tag{B.39}$$

■

## Formation terrestre

**Définition 2** [120] *Le degré de sortie et le degré d'entrée d'un noeud  $i$  sont respectivement  $d_{out}(i) = \sum_{j=1}^n a_{ij}$  et  $d_{in}(i) = \sum_{j=1}^n a_{ji}$ . La matrice de degré de sortie  $D_{out}(G)$  et celle de degré d'entrée  $D_{in}(G)$  ce sont les matrices diagonales définies par:  $(D_{out}(G))_{ii} = d_{out}(i)$  et  $(D_{in}(G))_{ii} = d_{in}(i)$ . Le digraphe  $G$  est dit balancé si  $D_{out}(G) = D_{in}(G)$ . Le graphe Laplacien de ce digraphe  $G$  est :*

$$L(G) = D_{out}(G) - A(G). \quad (C.1)$$

**Définition 3** [120] *Le digraphe inverse  $\tilde{G}$  of  $G$  est celui où  $\tilde{A} = A^t$ . Le digraphe miroir  $\hat{G}$  est celui où  $\hat{A} = (A + A^t)/2$ . Notons que  $L(\tilde{G}) = D_{out}(\tilde{G}) - A(\tilde{G}) = D_{in}(G) - A(G)^t$*

### C.1 Forme de la matrice de désaccord

**Proposition 8** [120]

*Étant donné le digraphe  $G$  d'ordre  $n$ , la fonction de désaccord  $\Phi_G : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est la forme quadratique associée à la matrice symétrique semi-définie positive*

$$P(G) = \frac{1}{2}(D_{out}(G) + D_{in}(G) - A(G) - A(G)^T) \quad (C.2)$$

*De plus,  $P(G)$  est le graphe Laplacien du graphe miroir  $\hat{G}$  tel que,*

$$P(G) = L(\hat{G}) = \frac{1}{2}(L(G) + L(\tilde{G})) \quad (C.3)$$

■

## C.2 Principe de LaSalle

### Théorème 12 (LaSalle's Theorem)

Considérons le système autonome :

$$\dot{x} = f(x)$$

avec  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  est localement lipschitzienne pour tous  $D \subset \mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^n$ .

Soit  $\Omega$  un ensemble compact (fermé et borné) dans  $D$  avec la propriété que chaque solution de (9.1) démarrant de  $\Omega$  reste pour tous temps dans  $\Omega$ . Soit  $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue suffisamment différentiable telle que  $\dot{V}(x) \leq 0$  dans  $\Omega$ . Soit  $E$  l'ensemble de tous points dans  $\Omega$  avec  $\dot{V}(x) = 0$ . Soit  $M$  le plus grand ensemble invariant dans  $E$ . Alors chaque solution démarrant de  $\Omega$  approche  $M$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

■

## C.3 Preuve du théorème 9

Soit

$$\Omega = \{q \in \mathbb{R}^{2n} / V(q) \leq V(q_0)\}$$

et où  $V$  est la fonction associée au système  $\dot{q} = S(q)$ , telle que :

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial q} \dot{q} \leq 0$$

alors  $\Omega$  est invariant pour  $\dot{q} = S(q)$ . A partir du théorème de LaSalle C.2, les solutions de l'équation citée ci-dessus convergent vers le plus grand ensemble invariant de  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .

En utilisant la même fonction  $V$  pour le système (9.31), sa dérivation par rapport à  $t$  donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial q} \dot{q} \\ &= \frac{\partial V}{\partial q} S(q) - \frac{\partial V}{\partial q} \mathfrak{M} \otimes I_2 \begin{pmatrix} F_1^\perp \\ \vdots \\ F_n^\perp \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Le vecteur  $F_i$  est tel que :

$$F_i = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)_{x_i} \\ \left(\frac{\partial V}{\partial q}\right)_{y_i} \end{pmatrix}$$

$\mathfrak{M}$  est la matrice diagonale dont les éléments sont les composantes de  $\nu$ . La matrice bloc correspondante à  $\mathfrak{M} \otimes I_2$  est telle que :

$$\mathfrak{M} \otimes I_2 = \begin{pmatrix} \mathfrak{A}_1 & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \mathfrak{A}_n \end{pmatrix}$$

ou

$$\mathfrak{A}_i = \begin{pmatrix} \nu_i & 0 \\ 0 & \nu_i \end{pmatrix}$$

la quantité  $\frac{\partial V}{\partial q} \mathfrak{M} \otimes I_2 \begin{pmatrix} F_1^\perp \\ \vdots \\ F_n^\perp \end{pmatrix}$  est égale à

$$\frac{\partial V}{\partial q} \mathfrak{M} \otimes I_2 \begin{pmatrix} F_1^\perp \\ \vdots \\ F_n^\perp \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n F_i^t \mathfrak{A}_i F_i^\perp = \sum_{i=1}^n \nu_i F_i^t F_i^\perp = 0$$

Alors

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial q} S(q) \leq 0$$

ainsi

$$\Omega = \{q \in \mathbb{R}^{2n} / V(x) \leq V(x_0)\}$$

est invariant pour la solution de (9.29). Ainsi, l'état du système (9.29) converge vers  $E$ .

■

## C.4 Preuve de la proposition 7

A partir de la Proposition 8 ci-dessus, la matrice

$$P(G) = \frac{1}{2}(L(G) + L(\tilde{G})) \quad (\text{C.5})$$

est semi-défini positive. On considère la fonction quadratique suivante :

$$V = (\tilde{q} - k)^t P(G) \otimes I_2 (\tilde{q} - k) \quad (\text{C.6})$$

alors

$$\begin{aligned} V &= (\tilde{q}_x - k_x)^t P(G)(\tilde{q}_x - k_x) + (\tilde{q}_y - k_y)^t P(G)(\tilde{q}_y - k_y) \\ &= V_x + V_y \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

La dérivée de  $V_x$  par rapport à  $t$  donne :

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= -(\tilde{q}_x - k_x)^t (L(G)^t P(G) + P(G)L(G))(\tilde{q}_x - k_x) \\ &= -(\tilde{q}_x - k_x)^t L(G)^t L(G)(\tilde{q}_x - k_x) - \\ &\quad (\tilde{q}_x - k_x)^t L(G)^t L(\tilde{G})(\tilde{q}_x - k_x) \\ &= -(\tilde{q}_x - k_x)^t L(G)^t L(G)(\tilde{q}_x - k_x) \\ &= -\|L(G)(\tilde{q}_x - k_x)\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

où la dernière égalité est telle que  $L(G)^t L(\tilde{G}) = 0$  (voir [120]).

Par conséquent,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_x + \dot{V}_y \\ &= -\|L(G)(\tilde{q}_x - k_x)\|^2 - \|L(G)(\tilde{q}_y - k_y)\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

et  $0 \leq V(\tilde{q}) \leq V(\tilde{q}_0)$  alors l'ensemble

$$\Omega = \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / V(\tilde{q}) \leq V(\tilde{q}_0)\} \quad (\text{C.10})$$

est invariant par rapport à l'écriture (9.35).

A partir du principe de LaSalle (Théorème 12), les solutions de (9.35) convergent vers le plus grand ensemble invariant,

$$\begin{aligned} E &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \dot{V} = 0\} \\ &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \|L(\tilde{q}_x - k_x)\|^2 = \|L(\tilde{q}_y - k_y)\|^2 = 0\} \\ &= \{\tilde{q} \in \mathbb{R}^{2(n+1)} / \mathfrak{L}(\tilde{q} - k) = 0\} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

■

### C.5 Preuve du lemme 7

Le graphe direct  $G$  est à une liaison au  $j^{me}$  branche, alors chaque entrée du  $j^{me}$  ligne de  $L$  est zéro. D'autre part,  $G$  est unitaire en profondeur alors le Laplacien  $L$  prend la forme suivante :

$$L(G) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots \\ \vdots & \ddots & & & \vdots & & \\ \vdots & \ddots & & 1 & -1 & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \cdots & & -1 & 1 & \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

Le polynôme caractéristique est donné par :

$$R(\lambda) = -\lambda(1 - \lambda)^{n-1}$$

alors 0 est l'unique valeur propre. Le vecteur propre  $X = (X_1, \dots, X_n)$  associé à 0 vérifie l'écriture suivante :

$$LX = 0$$

qui implique

$$\begin{cases} X_1 = X_j \\ \vdots \\ X_n = X_j \end{cases}$$

ainsi  $1_n$  est le vecteur propre associé.

■



---

## Index

- Adaptative, 43, 51
- Agent, 142, 155
- Alignement, 155
- Atterissage, 83
- Autonomie, 109
- Aérodynamique, 118
  
- Bidirectionnel, 123
- Brockett, 61
- Brunovsky, 97
  
- Capture, 150
- Carène, 82
- Cible, 141
- CIRTA, 136
- Commandabilité, 97
- Commande, 124
- Communication, 136, 148
- Commutation, 50
- Conception, 109
- Condition de Brockett, 84
- Contrainte, 115
- Courant, 49
- Courbure, 50
- Curviligne, 89
  
- Digraphe inverse, 189
- Digraphe miroir, 189
- Dirigeable, 77
- Distribuée, 95
- Dynamique, 110
- Décollage, 83, 117
- Ensemble invariant, 153
  
- Equilibrante, 83, 113
- Equilibre, 118
- Estimation, 51
- Euler, 84
  
- Floue, 129
- Forces, 82
- Formation, 136, 141, 148
  
- Graphe, 148
- Graphe direct, 149, 153
- Graphe indirect, 149
- Graphe Laplacien, 189
- gyroscopique, 88
  
- Identification, 43, 51, 79
- Inertie, 82
- Inertiel, 110
- Instationnaire, 83, 84
- Intégrateur, 124
- Invariant, 145
  
- Lacet, 124
- Latéral, 100
- Linéaire, 91
- Longitudinal, 96
- Lyapunov, 53, 142
  
- Matrice de désaccord, 153
- Matrice Laplacienne, 153
- Mission, 78
- Mobile, 140
- Modèle, 79
- Moments, 82
  
- Navigation, 78, 95, 120, 121
- Noeud, 149, 153
  
- Obstacle, 141
  
- Perturbation, 118
- Phase, 49
- Planification, 43, 117, 124
- Plate, 98
- Platitude, 112
- Point-point, 115
- Pontryagin, 50
- Poursuite, 120
  
- Robot, 140
- Régulation, 129, 141
  
- Scénario, 155
- SIFO, 131
- Simulation, 117
- Stabilisation, 43, 83, 84, 113, 136
- Stable, 93
- Statique, 120
- Structure floue, 128
  
- Temps minimal, 49
- Trajectoire, 49, 122
  
- Vol, 88
- Véhicule, 78
  
- X4, 113
- XSF, 107